



PSL 



université  
PARIS-SACLAY

*Centre interuniversitaire de préparation à l'agrégation de Montrouge*

---

# MÉCANIQUE

---

2022-2023



*This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited. This license does not permit commercial exploitation or the creation of derivative works without specific permission.*

# Table des matières

<b>1 Mécanique du point</b>	<b>3</b>
1.1 Expériences sur coussin d'air . . . . .	3
1.2 [2P] Chute libre . . . . .	4
<b>2 Dynamique des solides en translation</b>	<b>5</b>
2.1 Mesure du coefficient de frottement solide bois-bois . . . . .	5
<b>3 Dynamique des solides en rotation</b>	<b>5</b>
3.1 [2P] Trajectoire composée d'un cylindre en chute libre . . . . .	5
3.2 Rotation d'un cylindre soumis à un couple constant . . . . .	6
3.3 [AP-Docteurs] Expérience de Joule . . . . .	7
3.4 [1P] Liquide en rotation. Equilibre relatif avec la force centrifuge . . . . .	8
3.5 Le gyroscope . . . . .	9

## Bibliographie :

Ouvrages généraux en mécanique :

- Bertin, Faroux, Renault, *Mécanique* 1 et 2; Landau et Lifchitz, *Mécanique*.

Mobiles sur coussins d'air :

- BUP 603 (avril 1978); Duffait, *expériences de Physique CAPES*; D. Beaufils, *Nouvelles expériences de physique*

Coefficient de frottement bois-bois :

- Quaranta, *Mécanique*; Bocquet, Faroux, Renault, *Toute la mécanique* (p 372)

Gyroscope :

- Pérez, *Mécanique*
- classes prépa. : Gié-Sarmant, p. 225; Bertin-Faroux-Renault (éd. 76), pp. 211-228 (formalisme général et application à des cas particuliers);
- J.-C. Radix, *Gyroscopes et gyromètres*;
- Bruhat, *Mécanique* (démonstrations géométriques très complètes, mais lourdes...);
- Fleury, Mathieu, *Mécanique physique* (descriptif sans démonstration, applications);
- Feynman, *Mécanique*, vol. I, § 20.3;
- cours de Berkeley vol. I, *Mécanique*, pp. 251-257 (cas particuliers traités simplement, avec interprétations physiques).

Ce polycopié comporte de nombreuses expériences. Il est conseillé de ne faire les expériences notées comme facultatives qu'une fois que toutes les autres ont été effectuées avec succès. On consacrera au moins une heure dans un premier TP à l'étude du gyroscope.

## 1 Mécanique du point

### 1.1 Expériences sur coussin d'air

Ces expériences sont relativement simples, et il est donc conseillé de se limiter à une ou deux des expériences proposées dans cette section.

*Références :*

- BUP 603 (avril 1978)
- Duffait, *expériences de Physique CAPES*
- D. Beaufile, *Nouvelles expériences de physique*

**[1P] Montage expérimental** Plusieurs mobiles autoporteurs sont disponibles. Ils peuvent être lestés à l'aide de masses annulaires, et entourés soit d'un ressort circulaire soit d'une bande velcro, permettant de réaliser respectivement des chocs élastiques ou totalement inélastiques.

Il convient de régler soigneusement l'horizontalité du plateau où se trouvent les mobiles à l'aide d'un niveau à bulle.

Pour mesurer la position des mobiles, une première méthode à présent déconseillée (voir rapport de jury 2016), consiste à utiliser des feuilles de papier spécial. Ces feuilles, assez chères, sont conductrices pour que deux étincelles se déclenchent simultanément sur les électrodes des deux mobiles présents sur le papier. Cette méthode demande de relier la feuille utilisée à la masse. La marque noire due à la décharge apparaît essentiellement sur l'envers de la feuille, où est déposée une couche gélatineuse. On n'utilise plus cette méthode à Montrouge.

Dans cette expérience, on suivra la position des mobiles à l'aide de la caméra rapide et du logiciel Virtual Dub (regarder la notice, et les polys de la série 0 sur les outils informatiques). Pour ces mesures, il n'est nécessaire de brancher que les fils qui permettent au mobile d'être en lévitation. Il faut placer la caméra au-dessus du plateau, en l'attachant à une potence. Pour augmenter le contraste, placer le cache en papier blanc sur les mobiles, et une feuille blanche sur le plateau. Si nécessaire, on peut éclairer le plateau grâce à un panneau lumineux ou une lampe. Munir les mobiles d'une pastille de couleur bleue ou jaune si cela n'est pas déjà fait. On effectuera un traitement automatisé des films à l'aide du logiciel Tracker afin d'extraire la position des mobiles au cours du temps. Pour cela, on étalonnera les distances en plaçant une règle graduée sur le plateau, et on choisira les paramètres du traitement pour ne suivre que les mobiles. Il faut ainsi choisir la zone de mesure et régler (baisser la plupart du temps) le seuil de contraste pour que seules les pastilles des mobiles soient repérées par le logiciel. Pour exporter les résultats sur un autre logiciel (QtiPlot), faire FICHER puis ENREGISTRER SOUS et choisir le format *.txt*. Les données sont alors disponibles mais avec un point à la place de la virgule pour les décimales. Utiliser la fonction rechercher/remplacer pour remplacer les virgules par des points (dans le bloc-notes de Windows par exemple).

Remarque : les mobiles autoporteurs fonctionnent en éjectant de l'air vers le bas, ce qui exerce une force de poussée. On dit qu'ils sont "sur coussin d'air". Cela est notamment permis par l'effet de sol : l'émission d'un flux d'air sur une surface proche fournit une poussée supérieure à celle obtenue en l'absence de cette surface. Cet effet dépend de la distance avec la table, ce qui explique que les mobiles se stabilisent à une altitude donnée.

**[1P] Choc de deux mobiles** On illustre la conservation de l'impulsion *totale* pour un système isolé.

*Principe :* On lance deux mobiles l'un contre l'autre et on enregistre le mouvement de leurs centres d'inertie A et B. On construit les vecteurs impulsion avant et après le choc  $\vec{p} = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B$  et  $\vec{p}' = m_A \vec{v}'_A + m_B \vec{v}'_B$  pour vérifier leur égalité.

*Réalisation :* Il faut lancer les mobiles assez fort pour que les frottements soient bien négligeables.

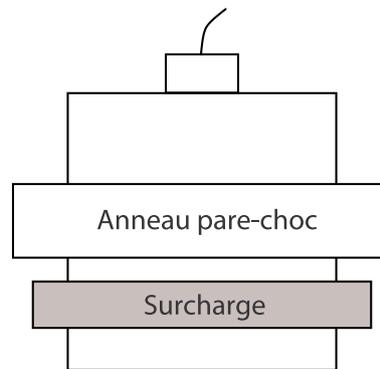


FIGURE 1 –

Exploitation :

- Réaliser un bilan en impulsions et vérifier la conservation de l'impulsion totale sur les deux directions ( $X$  et  $Y$ ).
- Vérifier la conservation de l'énergie. Quelle erreur systématique peut apparaître lors de la mesure ? (*Indication* : bien observer les mobiles après le choc.)

### [2P] Variantes

- On peut surcharger l'un des mobiles pour avoir des masses  $m_A$  et  $m_B$  nettement différentes. Dans ce cas, pour la stabilité verticale, il faut placer l'anneau qui subira le choc *au milieu* du cylindre et l'anneau de surcharge *en dessous*.
- Il est possible de refaire l'expérience avec des bagues aimantées : on change le détail de l'interaction, mais le bilan doit toujours être vérifié.
- Il est possible de faire l'expérience avec deux pastilles sur un mobile, et lui donner une vitesse de rotation non-nulle.

## 1.2 [2P] Chute libre

*Note : L'expérience proposée ci-dessous est simple de mise en œuvre. Néanmoins, elle ne permet pas d'illustrer des propriétés de mécanique des solides (description en mécanique du point). L'expérience de rotation d'un cylindre présentée plus bas est plus riche car elle introduit le mouvement d'un solide (le cylindre). Afin de gérer le temps au mieux, **choisir entre la chute libre et la rotation du cylindre**. On pourra également réaliser plutôt l'expérience sur la trajectoire composée d'un cylindre en chute libre, décrite plus bas, qui est très similaire du point de vue de l'acquisition des données, mais beaucoup plus riche dans son traitement.*

L'expérience consiste à faire tomber une masse en chute libre. Pour améliorer le contraste, on peut placer un écran blanc ou un panneau lumineux derrière la masse. On peut filmer le mouvement avec la caméra rapide (acquisition sous Virtual Dub), puis utiliser le logiciel Tracker pour analyser le film, et exporter les données sur QtiPlot (voir polys de la série 0 sur les outils numériques). On en tire la position de la masse, puis sa vitesse et son accélération par dérivation numérique.<sup>1</sup> On pourra calculer la vitesse, l'énergie cinétique et l'énergie potentielle, pour ainsi vérifier la conservation de l'énergie mécanique.

Remarque : on peut aussi étudier l'expérience plus complète de suivi vidéo des rebonds d'une balle de ping-pong sur une table. Voir la description de cette manipulation dans le TP "Outils informatiques" en série 0.

1. Ces dérivations amplifient le bruit. On recommande donc autant que possible de plutôt ajuster les quantités intégrées (ici la position), quand c'est possible, lors d'une présentation orale.

## 2 Dynamique des solides en translation

### 2.1 Mesure du coefficient de frottement solide bois-bois

L'objectif est de mesurer les coefficients de frottement statique et dynamique bois/bois.

[1P] Coefficient de frottement statique *Référence* :

- Quaranta, *Mécanique*

Pour mesurer le coefficient de frottement statique, on dispose sur une planche de bois une masse  $m_1$  composée d'un palet en bois sur lequel on dépose des masselotes supplémentaires afin de pouvoir diminuer la force normale en retirant ces masselotes ( $m_1$  est la masse du palet et des masselotes posées dessus). En utilisant une poulie, on relie le palet par une ficelle à une autre masse  $m_2$  (poids avec un crochet), voir schéma. En diminuant progressivement la masse  $m_1$ , on atteint une valeur seuil qui rompt l'équilibre, la condition  $T < f_s N$ , soit  $m_2 < f_s m_1$ , n'étant alors plus vérifiée. On déduit  $f_s$  de cette valeur critique de  $m_1$ .

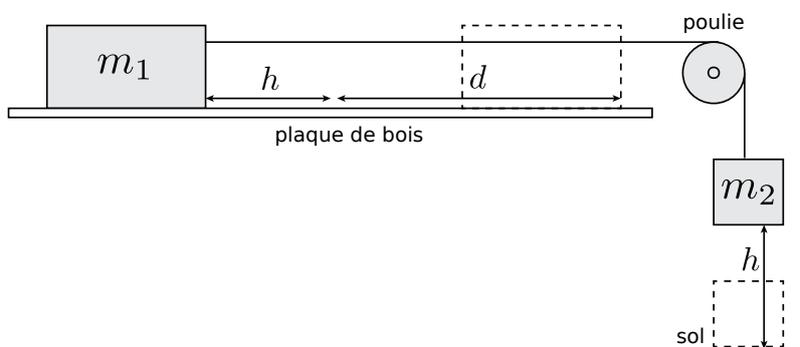


FIGURE 2 –

Remarque : On peut aussi utiliser la méthode du plan incliné, qui consiste à augmenter l'angle de la planche de bois à l'aide d'un support élévateur jusqu'au décrochement du palet. Voir le Quaranta pour plus de détails.

[2P] Coefficient de frottement dynamique *Référence* :

- Bocquet, Faroux, Renault, *Toute la mécanique* (p 372)

La dynamique suivant le décrochage pour une masse  $m_2$  supérieure à sa valeur critique renseigne sur le coefficient de frottement dynamique. La masse  $m_2$  est lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur  $h$  au-dessus d'un obstacle qui limite sa chute (le sol par exemple). La masse  $m_1$  parcourt une distance  $h + d$  sur le plan horizontal avant de s'arrêter. On peut relier le coefficient de frottement dynamique  $f_d$  à  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $h$ , et  $d$  par la formule suivante (à savoir démontrer) :

$$f_d = \frac{m_2 h}{m_2 d + m_1 (h + d)} \quad (1)$$

Faire varier  $m_2$  en gardant  $h$  et  $m_1$  constantes, et tracer sur QtiPlot  $m_2 h$  en fonction de  $m_2 d + m_1 (h + d)$ , la pente correspondant à  $f_d$ . Comparer les valeurs trouvées pour  $f_s$  et  $f_d$  aux ordres de grandeurs usuels.

## 3 Dynamique des solides en rotation

### 3.1 [2P] Trajectoire composée d'un cylindre en chute libre

Un expérience simple permettant d'illustrer diverses loi de la dynamique est de filmer un cylindre dont on a marqué le centre de masse et les extrémités (un cylindre préparé pour cela est notamment disponible dans la collection). Un

suiwi vidéo permet de repérer la trajectoire de chacun de ces trois points et de remarquer que le mouvement du bâton est composé

- D'un mouvement de translation (mouvement du centre de masse) correspondant à une chute libre ;
- D'un mouvement de rotation propre (mouvement des extrémités dans le référentiel du centre de masse) à vitesse angulaire quasi-constante correspondant à la conservation du moment cinétique.

### 3.2 Rotation d'un cylindre soumis à un couple constant

[1P] **Dispositif expérimental** On utilise le dispositif suivant :

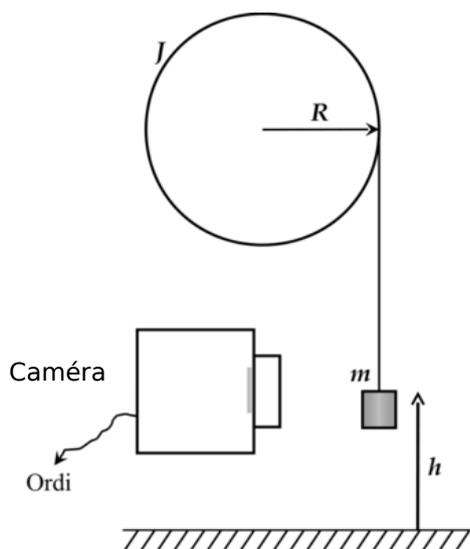


FIGURE 3 –

Le but de cette expérience est d'étudier la rotation du cylindre lorsque qu'une masse accrochée à celui-ci tombe. Cette expérience est effectuée grâce à une acquisition vidéo, où on repère la position de la masse. Noter qu'à cause de l'accélération de la masse  $m$ , **la tension du fil n'est pas  $mg$** , et donc que le couple s'exerçant sur le cylindre n'est pas  $mgR$ .

- Évaluer le couple de frottement  $\Gamma = m_f g R$  en cherchant la masse  $m_f$  telle que le système, une fois lancé, évolue à vitesse quasi constante.
- Travailler ensuite avec une masse  $m \gg m_f$ .

On peut filmer le mouvement avec la caméra rapide, puis utiliser le logiciel Tracker pour analyser le film, et exporter les données sur QtiPlot (voir polys de la série 0 sur les outils numériques).

#### [1P] Étude de la vitesse angulaire

- On note  $J$  le moment d'inertie du cylindre par rapport à son axe de rotation. Montrer qu'en l'absence de frottement la vitesse angulaire est de la forme :

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{g/R}{1 + J/mR^2} t + \text{cste}$$

- Mesurer la vitesse  $v$  de la masse, tracer la courbe  $v = f(t)$ , et vérifier la loi ci-dessus. En déduire la valeur de  $J$ . On peut aussi intégrer une fois l'équation et tracer  $h = f(t)$ .

[2P] **Conservation de l'énergie** L'énergie cinétique (proportionnelle à  $v^2$ ) varie linéairement avec la hauteur de chute  $h$ . Le vérifier. Représenter l'énergie cinétique, l'énergie potentielle et l'énergie mécanique en fonction du temps. Vérifier la conservation de l'énergie mécanique.

**[AP] Mesure du frottement solide** On se propose ici d'obtenir une estimation du frottement dans l'expérience.

On se place dans le cadre du modèle du frottement solide : le couple de frottement  $\Gamma$  ne dépend pas de la vitesse de rotation du cylindre. Son signe dépend cependant du sens de rotation du cylindre.

Si l'on réalise l'expérience ci-dessus à la montée et à la descente, on aura un frottement toujours opposé au mouvement, et donc on aura des accélérations différentes pour les deux phases.

*Protocole* : Placer initialement la masselotte  $m$  en position basse. Lancer le cylindre dans le sens de la montée de la masse, et déclencher l'acquisition. À l'aide d'ajustements, en déduire l'accélération pour les deux phases (descente et montée), et en déduire leur différence  $\gamma_{\text{diff}}$ . On peut montrer que

$$\gamma_{\text{diff}} = R \frac{mgR + \Gamma}{mR^2 + J} - R \frac{mgR - \Gamma}{mR^2 + J} = \frac{2\Gamma/R}{m + J/R^2}.$$

Pour que l'effet soit notable, on prendra une masse assez faible.

En déduire  $\Gamma$ , le comparer à  $m_f g R$  ( $m_f$  est la masse évaluée au début de l'expérience).

### 3.3 [AP-Docteurs] Expérience de Joule

*Référence* :

- Notice N.175

Historiquement Joule a fait plusieurs expériences pour montrer et quantifier l'équivalence chaleur-travail. L'expérience proposée ici est plutôt à présenter comme l'étude d'un phénomène dissipatif, ou comme un bilan énergétique en illustration du premier principe. Sa précision, dans les conditions présentes qui correspondent à une mise en œuvre rapide, est médiocre.

Le principe de l'expérience est le suivant : on cède de la chaleur à un cylindre au moyen du travail de la force de frottement d'une corde qui glisse sur lui, (pour simplifier le schéma on n'a pas représenté les 3 tours de la corde sur le cylindre), et la mesure de l'élévation de température du cylindre permet de faire un bilan énergétique.

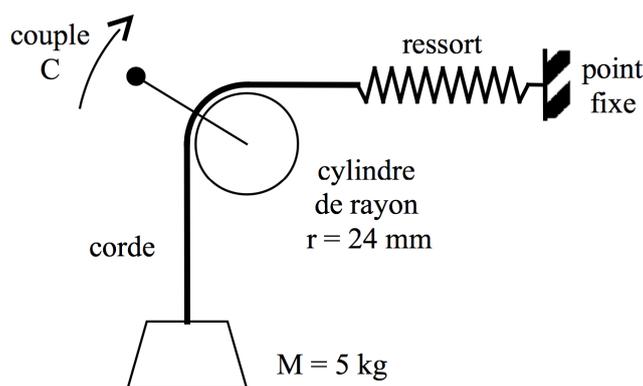


FIGURE 4 –

#### Préparation

Avant tout remplir le cylindre avec 50 mL d'eau (volume maximum possible). Obturer l'ouverture avec le bouchon et sa sonde de température (thermocouple). Fixer le support à l'extrémité d'une table. Vérifier que le compteur de tours fonctionne bien, sinon renforcer son appui sur l'axe du cylindre en utilisant les 2 vis qui maintiennent le compteur en place. Enrouler 3 fois la corde autour du cylindre et la fixer à la masse de 5 kg posée sur le sol. Ajuster la longueur de corde de façon à ce que dans cette position statique l'extrémité du ressort soit à quelques cm du cylindre. Vérifier que quand on fait tourner la manivelle la masse de 5 kg décolle du sol et se maintient à quelques

cm du sol et mesurer grossièrement l'allongement  $\Delta L$  du ressort.



FIGURE 5 –

### Réalisation

Mettre le compteur de tours à zéro ou noter sa valeur de départ.

Connecter la sonde thermique à son appareil de mesure et déterminer la température initiale du cylindre, puis déconnecter la sonde thermique de l'appareil de mesure.

Faire tourner la manivelle sur typiquement 100 tours ce qui prend 1 à 2 minutes, et mesurer la température finale.

### Exploitation

- le travail de la force de frottement vaut :  $W = (Mg - T_{\text{ressort}})2\pi rn$

où  $n$  est le nombre de tours effectués et  $T_{\text{ressort}}$  est un faible terme correctif à calculer sachant que  $k \simeq 55$  N/m.

- le transfert thermique reçu par le cylindre vaut :  $Q = (m + m')c\Delta\theta$

où  $\Delta\theta$  est la variation de température,  $c$  est la capacité thermique massique de l'eau,  $m$  la masse d'eau introduite dans le cylindre, et  $m'$  la masse d'eau équivalente au cylindre proprement dit, d'après la notice du fabricant p. 11,  $m' \simeq 11$  g.

Attention, l'expression du travail  $W$  n'est pas évidente.

## 3.4 [1P] Liquide en rotation. Equilibre relatif avec la force centrifuge

Cette manip permet d'illustrer visuellement et de manière quantitative l'accélération centrifuge subie par un liquide en rotation à vitesse constante. En faisant un bilan des forces s'appliquant sur le fluide et en appliquant le principe fondamental de la dynamique, on trouve :

$$p(r, z) = \rho\omega^2 \frac{r^2}{2} - \rho g(z - z_0) + p_0 \quad (2)$$

Au niveau de l'interface air/eau, la pression est constante et égale à la pression atmosphérique  $p_0$ . On établit alors l'équation isobare :  $p(r, z) = p_0$ . En résolvant cette équation, on obtient alors :

$$z = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + z_0 \quad (3)$$

En mesurant la vitesse de rotation puis en traçant cette courbe des isobares à l'aide d'une photo prise par caméra, on peut remonter à une mesure de  $g$ .

### Protocole :

On utilise un moteur électrique d'axe vertical et de vitesse variable surmonté d'une cuve, qui est un parallélépipède de faible dimension dans la direction perpendiculaire au plan de figure ci-après.

- Remplir la cuve d'eau jusqu'au trait horizontal.

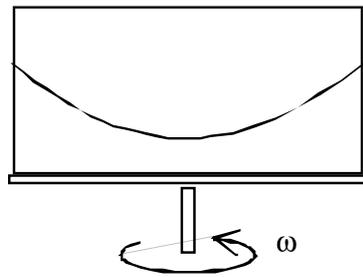


FIGURE 6 –

- Régler l'horizontalité du support de manière à ce que le niveau d'eau reste le même dans toutes les directions.
- Placer un écran noir derrière la cuve qui permettra de mieux visualiser le ménisque.
- Installer la caméra en face de la cuve, et suffisamment loin pour limiter les effets de paralaxe. On fera le point sur la face avant de la cuve avant de mettre celle-ci en rotation.
- Relier le moteur à une alimentation continue (voir notice du moteur pour ne pas monter trop haut en courant/tension). Puis augmenter progressivement le courant. Attention, la cuve a une inertie importante et met quelques secondes à atteindre une vitesse constante pour un courant donné. Faire attention à ne pas monter trop haut en tension/courant sous peine de faire déborder la cuve et se faire arroser !
- La vitesse de rotation étant constante, la mesurer au chronomètre puis prendre une vidéo courte de la cuve en rotation à l'aide du logiciel intégré à Windows appelé *Caméra*.
- Ouvrir la vidéo avec le logiciel "Photos" de windows et en extraire une image sur laquelle la cuve est le plus possible face à la caméra grâce à l'onglet Modifier et créer > Enregistrer des photos. On pourra également utiliser VLC.
- Ouvrir cette image dans ImageJ. Dans Analyze > Set Measurements décocher tout puis cocher Invert Y coordinates.
- Pour régler l'échelle tracer avec l'outil Segments une ligne dont la longueur est connue, par exemple le long de la cuve (env. 45 cm). Ouvrez le menu Analyze > Set Scale et rentrer dans known distance la longueur réelle du segment tracé.
- On peut alors appliquer Process > Binary > Make Binary pour ne garder que l'image du ménisque en noir et blanc.
- A l'aide enfin de l'outil Multi-point repérer successivement une série de points le long du ménisque puis suivez Analyze > Measure. Sauvegarder le résultat des mesures au format *.dat* et l'ouvrir dans QtiPlot.

Par ajustement en utilisant les formules données en introduction on remonte à une mesure de  $g$  assez précise. Cette manip peut servir dans le montage traitement d'images ou dans celui des référentiels non galiléens. Pensez à faire une estimation de vos incertitudes qui peuvent avoir plusieurs origines. Lesquelles dominant les autres ?

### 3.5 Le gyroscope

*Références :*

- Pérez, *Mécanique*
- classes prépa. : Gié-Sarmant, p. 225 ; Bertin-Faroux-Renault (éd. 76), pp. 211-228 (formalisme général et application à des cas particuliers) ;
- J.-C. Radix, *Gyroscopes et gyromètres* ;
- Bruhat, *Mécanique* (démonstrations géométriques très complètes, mais lourdes...);
- Fleury, Mathieu, *Mécanique physique* (descriptif sans démonstration, applications) ;
- Feynman, *Mécanique*, vol. I, § 20.3 ;
- cours de Berkeley vol. I, *Mécanique*, pp. 251-257 (cas particuliers traités simplement, avec interprétations physiques).

**[1P] Dispositif expérimental** Le gyroscope permet d'observer le mouvement d'un solide  $S$  mobile autour d'un point fixe  $O$ . On étudie en particulier les mouvements obtenus lorsqu'il est initialement lancé dans une rotation très rapide ( $\omega$ ) autour de son axe principal d'inertie  $OT$ .

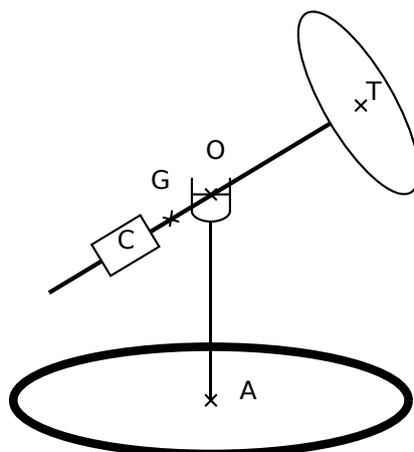


FIGURE 7 –

Dans notre cas, le gyroscope  $S$  est constitué par l'ensemble suivant : disque de laiton de centre  $T$  + contrepoids  $C$  + axe de liaison. On notera  $J$  le moment d'inertie du disque. Le mouvement autour d'un point fixe est réalisé à l'aide du *cardan* centré en  $O$ .

**Attention à ce que le gyroscope ne heurte absolument aucun obstacle (y compris votre tête...).**

- Avant de commencer, vérifier que le **système de blocage** de la rotation dans le plan horizontale du bras du gyroscope n'est pas verrouillé. Il existe deux bagues de serrage, une sous le plateau (verrouillée) et une au niveau du cardan (déverrouillée).
- L'**équilibre statique** du gyroscope est obtenu en déplaçant le contrepoids de masse  $m = 2,952$  kg le long de la tige, et le réglage est affiné au moyen de la masselotte située à l'extrémité du gyroscope. Placer la bague en plastique contre le contre-poids pour repérer la position d'équilibre.
- **Mesure de la vitesse de rotation propre** : On utilise pour cela le compteur de vitesse monté sur le gyroscope. Voir sa notice.
- **Mise en rotation** : Mettre le compteur en marche et lancer le gyroscope à l'aide de la perceuse munie de son embout adapté. Ôter la perceuse lorsque le compteur affiche 0 (vitesse affichée par défaut quand la vitesse réelle dépasse celle que peut mesurer le compteur). À cause des frottements, le disque va ralentir et l'affichage de la vitesse réelle réapparaîtra peu après.

**[1P] Gyroscope déséquilibré : mouvement de précession** Le disque du gyroscope étant en rotation propre, déplacer le contrepoids  $C$  hors de la position d'équilibre statique, et lâcher l'ensemble. Le gyroscope étant déséquilibré, le poids exerce un couple sur le bras  $OT$  du gyroscope produisant un mouvement complexe, constitué d'une rotation autour de l'axe vertical (précession) à laquelle se superpose un mouvement de nutation (variation d'angle du bras par rapport au plan horizontal).

Pour éliminer la nutation, il faut accompagner à la main le gyroscope à la bonne vitesse et le lâcher dans ces conditions. Mesurer sur un tour, avec un chronomètre, la vitesse de précession pure  $\Omega$  ainsi obtenue. La vitesse de rotation propre  $\omega$ , qui diminue assez rapidement, sera lue juste avant et juste après cette mesure.

Ce mouvement, où le gyroscope tourne uniformément autour d'un axe à la vitesse  $\vec{\Omega}$  s'interprète aisément dans le cadre de l'approximation gyroscopique. On se place dans le cas où la rotation propre du gyroscope est suffisamment grande, où on suppose que cette approximation est valide. Celle-ci permet d'écrire :

$$\frac{d\vec{\sigma}_{total}}{dt} \simeq \vec{\Omega} \wedge \vec{\sigma}_0, \quad (4)$$

où  $\vec{\sigma}_0$  est le moment cinétique de rotation propre. Le théorème du moment cinétique devient alors :

$$\vec{\Omega} \wedge \vec{\sigma}_0 = \vec{M}_{\text{exterieur}}. \quad (5)$$

On montre alors facilement que :

$$\Omega = \frac{m g a}{J \omega}, \quad (6)$$

où  $m$  est la masse du contrepoids,  $a$  est la distance dont on l'a déplacé par rapport à la position d'équilibre, et  $J$  le moment d'inertie du disque par rapport à son axe de rotation propre (indiqué sur le gyroscope). Vérifier cette loi expérimentalement : tracer par exemple  $\Omega$  en fonction de  $a/\omega$  et en déduire  $J$  (sachant que la vitesse  $\Omega$  est indépendante de l'angle entre l'axe du gyroscope et la verticale)<sup>2</sup>. Commencer par réaliser (et interpréter) une seule mesure de  $\Omega$ ,  $\omega$  et  $a$  afin de bien définir votre protocole de mesure.

**[2P] Gyroscope équilibré dans un repère tournant : couple gyroscopique** Dans l'expérience précédente, nous avons mis en évidence une relation entre vitesse angulaire de précession, vitesse de rotation propre et couple du poids sur le bras du gyroscope : la précession a été engendré par la création du couple. Dans l'expérience suivante, nous mesurons un couple gyroscopique en imposant le mouvement de précession du gyroscope.

Réaliser très soigneusement l'équilibrage du gyroscope (disque à l'arrêt). Bloquer la rotation horizontale à l'aide du dispositif situé en haut du pied, et agir sur le levier qui autorise la rotation horizontale du support de la base du gyroscope. On obtient ainsi un gyroscope à un axe. Le pied du gyroscope est maintenant solidaire d'un plateau sur le quel on peut fixer un dynamomètre.

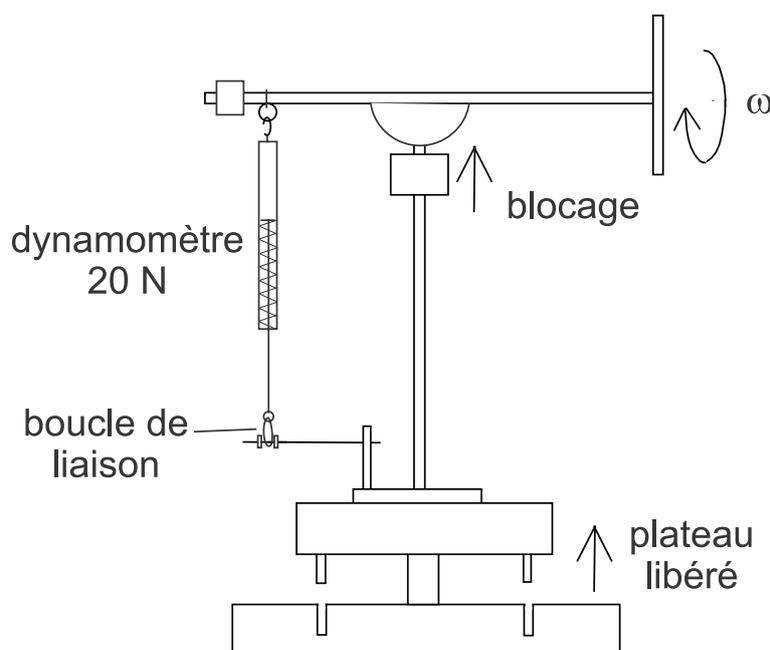


FIGURE 8 –

Mettre le gyroscope en rotation propre et installer le dynamomètre de telle sorte qu'il indique une valeur de force  $F$  légèrement inférieure à sa valeur  $F_h$  lorsque le bras du gyroscope est à l'horizontal<sup>3</sup>. Noter la valeur de la force  $F$  indiquée par le dynamomètre.

2. Une certaine confusion apparaît dans la littérature entre les termes de précession et de nutation. Les deux désignent un mouvement de rotation lent de l'axe OT (quand ils apparaissent simultanément, le point T peut alors décrire des festons)

- La *précession* est due à l'effet d'un couple constant agissant sur le centre d'inertie G du solide (par exemple le poids si G n'est pas confondu avec O).

- La *nutation* s'observe même sans couple appliqué (dans ce cas on l'appelle souvent *précession libre*). Elle dépend des conditions initiales du mouvement. Elle apparaît ici, en absence de couple extérieur, dans le cas où le moment cinétique total  $\vec{\sigma}$  n'est pas initialement colinéaire avec l'axe OT. La fréquence de nutation dépend de la différence entre les deux moments d'inertie principaux du solide de révolution (elle n'existe pas pour une sphère). Elle ne peut pas s'étudier en général dans le cadre de l'approximation gyroscopique car dans ce cas l'équation obtenue  $\vec{\Omega} \wedge \vec{\sigma}_0 = \vec{M}_{\text{ext}} = \vec{0}$  conduit à  $\vec{\Omega} = \vec{0}$  (hormis le cas très particulier  $\vec{\Omega} \perp \vec{\sigma}_0$ ).

3. Dans cette géométrie où le dynamomètre et le bras du gyroscope sont perpendiculaires, le couple est plus facile à calculer.

Faire tourner "lentement" le plateau pour que le bras du gyroscope soit horizontal (voir figure), mesurer la période de rotation avec un chronomètre et lire la force  $F_h$  indiquée par le dynamomètre.<sup>4</sup> En utilisant une mesure de la distance à l'axe vertical du point d'accroche du dynamomètre sur le bras du gyroscope et la variation  $|F - F_H|$  de la force mesurée lors de la mise en rotation du plateau, calculer le couple  $\vec{M}_{\text{ext}}$  auquel est soumis le gyroscope.

Nous voyons ici que, dans l'approximation gyroscopique, le gyroscope applique au dynamomètre le couple  $-\vec{M}_{\text{ext}} = -\vec{\Omega} \wedge \vec{\sigma}_0$ . Ce couple est appelé couple gyroscopique.<sup>5</sup> Vérifier quantitativement cette relation.

*Note : Cette expérience est semblable à celle montrant la précession du gyroscope déséquilibré : celle-là était contrôlée en couple, celle-ci l'est en précession. Cette façon de présenter les choses est proche des applications pratiques : la mesure du couple donne accès à la vitesse absolue de rotation (c'est par exemple ainsi que fonctionne l'antibouger dans les appareils photos.)*

Enlever le dynamomètre et faire tourner doucement le plateau dans un sens ou dans l'autre. Vérifier que le gyroscope tend à s'aligner avec l'axe de rotation. Ceci illustre une application classique du gyroscope : le compas gyroscopique qui permet de repérer le nord géographique.

**[AP] Gyroscope isolé** Arrêter la rotation propre du gyroscope, l'équilibrer avec soin et libérer la rotation horizontale (gyroscope à deux axes). Faire tourner le plateau dans les deux cas suivants :

- le gyroscope n'a pas de rotation propre ;
- le gyroscope a une rotation propre la plus grande possible.

On constate dans le premier cas une nette mise en rotation *accélérée* autour de l'axe vertical.

Dans le deuxième cas, le gyroscope semble au premier abord immobile. Si on l'observe un peu plus longtemps, on constate une rotation à *vitesse quasiment constante* qui l'aligne avec la verticale.

Interpréter ces phénomènes en considérant qu'il y a un couple de frottement quasi constant dirigé suivant l'axe vertical. Si la vitesse de rotation propre était 100 fois plus grande, que constaterait-on en pratique ? Application ?

---

4. La masse du dynamomètre est de 50 g, soit un poids de 0,5 N. L'effet est négligeable sur le couple mesuré, il n'est pas nécessaire de refaire l'équilibrage. Le couple pouvant varier légèrement lors de la mesure de la vitesse angulaire de précession, on pourra mesurer la force en début et en fin de période puis calculer la force moyenne sur la période.

5. La notion de couple gyroscopique a une portée générale, valable hors de l'approximation gyroscopique. En effet, dans le cas usuel où le gyroscope a un moteur qui maintient sa vitesse de rotation propre constante, on peut traiter rigoureusement le mouvement du gyroscope comme s'il n'avait pas de rotation propre, à condition d'ajouter le moment gyroscopique au moment des forces extérieures (comme si c'était un couple d'inertie).