



PSL 



SORBONNE  
UNIVERSITÉ

université  
PARIS-SACLAY

*Centre interuniversitaire de préparation à l'agrégation de Montrouge*

---

# ELECTRONIQUE DE BASE - RÉSONANCE

---

2022-2023



*This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited. This license does not permit commercial exploitation or the creation of derivative works without specific permission.*

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Condensateurs</b>	<b>3</b>
1.1	[1P] Circuit <i>RC</i> : régime permanent, régime transitoire . . . . .	3
1.2	[1P] Caractérisation d'un condensateur réel . . . . .	3
1.3	[2P] Étude des fuites d'un condensateur . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Induction</b>	<b>5</b>
2.1	[1P] Inductance mutuelle et coefficient de couplage . . . . .	5
2.2	[2P] Autoinduction : surtension aux bornes d'une bobine . . . . .	6
<b>3</b>	<b>[2P] Ponts de mesure d'impédance</b>	<b>7</b>
3.1	Généralités . . . . .	7
3.2	Mesure d'impédance par pont de Maxwell . . . . .	8
<b>4</b>	<b>Résonance</b>	<b>8</b>
4.1	[1P] Oscillations propres d'un circuit électrique . . . . .	9
4.2	Oscillations forcées . . . . .	10
4.3	[1P] Étude de la résonance d'un diapason . . . . .	13
4.4	[AP] Résonateur de Helmholtz . . . . .	15
4.5	[AP] Résonance acoustique d'une bulle . . . . .	15

## Bibliographie :

- QUARANTA *Dictionnaire de Physique Expérimentale. TOME 1 Mécanique*
- QUARANTA *Dictionnaire de Physique Expérimentale. TOME 4 Electricité*
- FLEURY et MATHIEU *Acoustique*
- FLEURY et MATHIEU *Courants alternatifs*
- GUYON, HULIN, PETIT *Hydrodynamique Physique*
- MATHIEU *Vibration et phénomènes de propagation, Tome 1*
- JOURNEAUX *TP de physique*
- BUP n 845 (juin 2002) *Le résonateur acoustique de Helmholtz*

Ce poly se décompose en 3 parties : on étudie dans les deux premières parties les dipôles centraux : le condensateur et la bobine. Puis on s'intéresse aux systèmes résonants dans la dernière partie, avec des montages électriques, mécaniques, acoustiques. La résonance d'un oscillateur est un phénomène central, et qui apparaît dans de nombreux domaines de la physique. Toutes les caractéristiques des circuits d'ordre 2 et de leur résonances ne sont pas toujours données explicitement ; il est cependant conseillé de les considérer et de les tester en parallèle (elles se trouvent dans tout les livres de CPGE). On consacra au minimum 2h d'un premier TP sur la partie Résonance.

## 1 Condensateurs

### 1.1 [1P] Circuit RC : régime permanent, régime transitoire

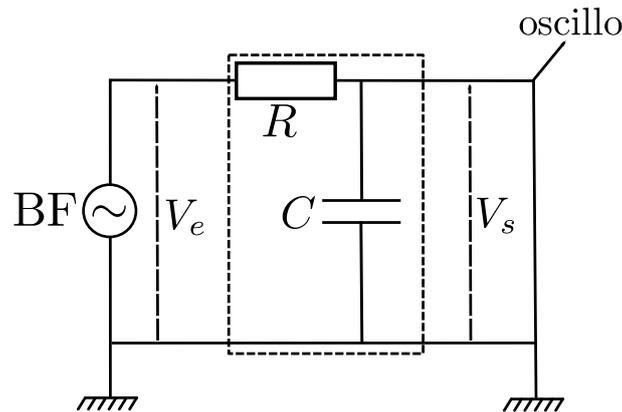


FIGURE 1 –

**Régime harmonique, fonction de transfert** Visualiser à l'oscilloscope l'évolution de l'amplitude et de la phase du signal de sortie par rapport au signal d'entrée. Effectuer, à une fréquence, la mesure du gain en décibels et de la phase.

Pour le tracé complet du diagramme de Bode, il faudrait utiliser le programme *Bode* de l'ordinateur (on pourra se référer au TP de la série 0 traitant ce sujet). Dans ce TP, on vérifiera seulement que le circuit a bien le comportement attendu (filtre passe-bas).

**Réponse à un échelon de tension (réponse indicielle)** On réalise en pratique des échelons de tension avec un générateur BF délivrant des créneaux de période très grande devant le temps caractéristique  $RC$ .

Étudier le régime transitoire qui prend naissance à l'établissement et à l'annulation de la tension. Mesurer la constante de temps du circuit. Quelle est sa relation avec la fréquence de coupure mesurée en fréquentiel ? Vérifier qu'on obtient bien le résultat attendu.

### 1.2 [1P] Caractérisation d'un condensateur réel

Journeaux, Chap. 3, p. 80

**Modélisation des pertes** Pour tenir compte de la puissance active dissipée dans un condensateur réel, on introduit dans son schéma équivalent une résistance qui peut être placée arbitrairement en parallèle ( $r_p$ ) ou en série ( $r_s$ ) avec la capacité pure. Dans la suite, nous considérons le modèle avec  $r_p$ .

L'admittance du condensateur étant  $A = jC\omega + 1/r_p$ , on définit le coefficient de pertes  $D$  par le rapport de sa partie réelle à sa partie imaginaire :  $D = 1/r_p C\omega \equiv \tan \delta$  ;  $\delta$  est appelé *angle de pertes*. On définit aussi le facteur de qualité du condensateur par  $Q = 1/D$ .

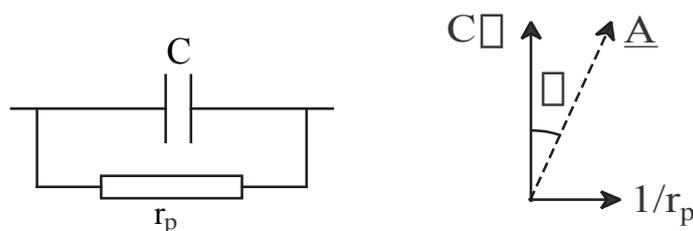


FIGURE 2 –

**Utilisation du LCR-mètre** Il s'agit d'un appareil qui permet de mesurer inductances et capacités, ainsi que leurs coefficients de pertes. N'utiliser que le ELC-131D, les autres sont trop imprécis pour la mesure des pertes.

Étudier divers condensateurs ; comparer notamment deux condensateurs de  $1 \mu\text{F}$ , l'un chimique et l'autre non. Opérer aux deux fréquences disponibles, 1000 Hz et 120 Hz. Déterminer les éléments de leur modèle à ces deux fréquences, illustrant ainsi le fait que les paramètres du modèle dépendent de la fréquence. Ces deux condensateurs vont servir par la suite. On retiendra qu'un condensateur non chimique a un comportement proche de l'idéal (typiquement,  $\tan \delta \approx 10^{-3}$ ), c'est pourquoi dans la suite on utilisera un condensateur chimique ( $\tan \delta \approx 10^{-1}$ ) pour mettre les pertes en évidence.

*Remarque* : Le LCR-mètre fonctionne par détection synchrone (cf. H-Prépa, *Électronique I*, 2<sup>ème</sup> année PSI, p. 243 ou Duffait). Principe de fonctionnement classique, à connaître !

### 1.3 [2P] Étude des fuites d'un condensateur

#### Berty, p. 189

Un condensateur chargé puis isolé de l'extérieur, perd progressivement sa charge. Le modèle introduit précédemment (résistance en parallèle d'un condensateur parfait) permet d'expliquer ce phénomène. Cependant, l'expérience montre que cette résistance  $r_p$  varie beaucoup dans le temps et présente des phénomènes d'hystérésis, ce qui fait que **l'auto-décharge d'un condensateur (chimique ou non) n'est pas du tout exponentielle**, contrairement à ce qui est souvent dit dans les livres. De plus, les temps caractéristiques de décharge étant toujours supérieurs à  $10^3$ s, une étude sérieuse de cette question est trop longue pour un montage d'agrégation.

#### Expérience

Réaliser le montage ci-dessous. Attention, les alimentations continues du TP sont des -12/0/+12V (ou en 10V, peu importe). La borne centrale n'est pas la carcasse mais bien le zéro par rapport auquel est fixé le +12/-12. Il faut donc relier cette borne à la masse du circuit.

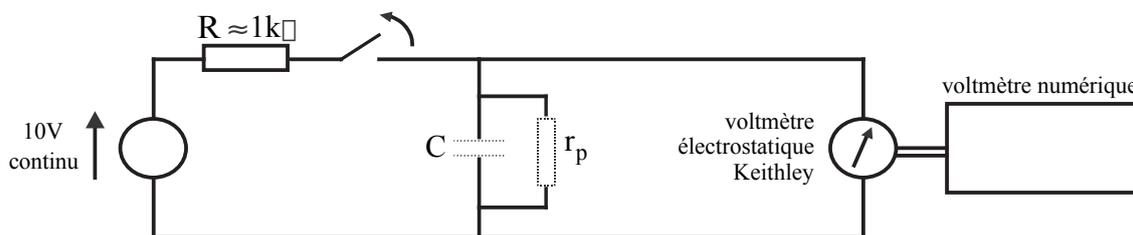


FIGURE 3 –

La résistance  $R$ , placée en série avec le générateur, a pour but de réduire l'irréversibilité qui accroît les phénomènes d'hystérésis. Pour mesurer la tension du condensateur, il faut utiliser un voltmètre qui ne perturbe pas la mesure ; le voltmètre analogique Keithley, de résistance interne  $10^{14} \Omega$ , devrait convenir ! Pour améliorer la précision de la lecture, brancher un voltmètre numérique sur la sortie analogique à l'arrière du Keithley.

Ouvrir l'interrupteur et mesurer la chute de tension au bout de quelques dizaines de secondes. Sur une aussi courte durée, on peut considérer que la résistance  $r_p$  n'a pas varié ; on peut donc définir un temps caractéristique de décharge  $\tau = r_p C$ , qui vérifie :  $\Delta v / \Delta t \approx -v / \tau$ , où  $v$  est la tension aux bornes du condensateur. En déduire la valeur

expérimentale<sup>1</sup> de  $\tau$ .

Un montage plus simple est possible avec un condensateur chimique de technologie récente, et de très forte capacité<sup>2</sup> (10 F). On peut prendre le seul voltmètre numérique de résistance interne 10 M $\Omega$ . Il est en revanche nécessaire de diminuer fortement la résistance  $R$  en série avec le générateur, afin d'avoir un temps de charge raisonnable. Pour interpréter ces modifications du montage, on pourra évaluer l'ordre de grandeur du temps de charge à travers  $R$ , et du temps de décharge à travers le voltmètre.

### Note sur les causes physiques des pertes et des fuites

- "Fréquences élevées : " aux fréquences supérieures à 1 MHz, les pertes sont dues aux charges liées qui se déplacent, à l'échelle microscopique, en retard sur l'action du champ électrique.
- "Basses fréquences : " en pratique il y a toujours, même dans les bons isolants, une très faible concentration de charges libres (ions et électrons). En basse fréquence, les pertes sont dues au déplacement macroscopique de ces charges libres qui migrent sur de grandes distances. Aux temps longs, on observe un phénomène de fuite : ces charges libres ont le temps d'atteindre les électrodes, ce qui décharge progressivement le condensateur.

La résistance de perte et la résistance de fuite traduisent des phénomènes voisins, mais correspondent à des temps caractéristiques très différents. Il ne faut donc pas s'étonner de l'énorme écart entre les deux.

## 2 Induction

On étudie ici quelques propriétés des bobines.

### 2.1 [1P] Inductance mutuelle et coefficient de couplage

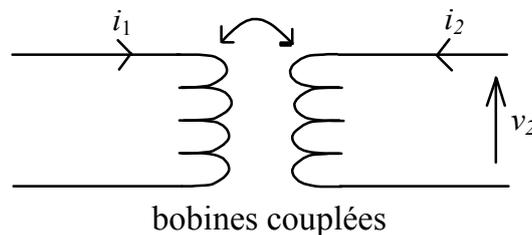


FIGURE 4 –

La proximité entre deux circuits inductifs fait apparaître un coefficient d'induction mutuelle  $M$ , qui dépend de la géométrie de l'ensemble. On a alors :

$$v_2 = L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} \quad (1)$$

. Dans le cas où  $i_2 = 0$  (circuit ouvert), on aura donc  $v_2 = jM\omega i_1$  en régime sinusoïdal ( $j^2 \equiv -1$ ). On fera l'expérience avec 2 bobines Leybold accolées (voir figure ci-après).

En déduire le coefficient de couplage défini par  $\theta = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$ , en déterminant  $L_1$  et  $L_2$  avec un LCR-mètre.

Complément

Fermer le circuit magnétique à l'aide d'un étrier Leybold (en fer doux) et déterminer à nouveau  $\theta$  (justifier qualitativement la nouvelle valeur obtenue).

1. Avec les condensateurs non chimiques usuels, on trouvera initialement  $\tau \approx 10^4$  s. Puis, après avoir laissé le condensateur en charge, on reprend la mesure 1 heure plus tard, on constatera que  $\tau$  a gagné un ordre de grandeur. Par contre, si l'on inverse la polarité,  $\tau$  redevient de l'ordre de  $10^4$  s. Pour les condensateurs chimiques, le phénomène est identique avec initialement  $\tau \approx 10^3$  s.

2. Cette capacité est très fragile, détruite dès qu'elle est alimentée sous une tension supérieure à sa tension nominale, ou mal polarisée. On lui a donc placé en parallèle des diodes têtes-bêches. Pour éviter qu'elles ne perturbent la mesure, travailler à une tension un peu plus basse que la tension nominale.

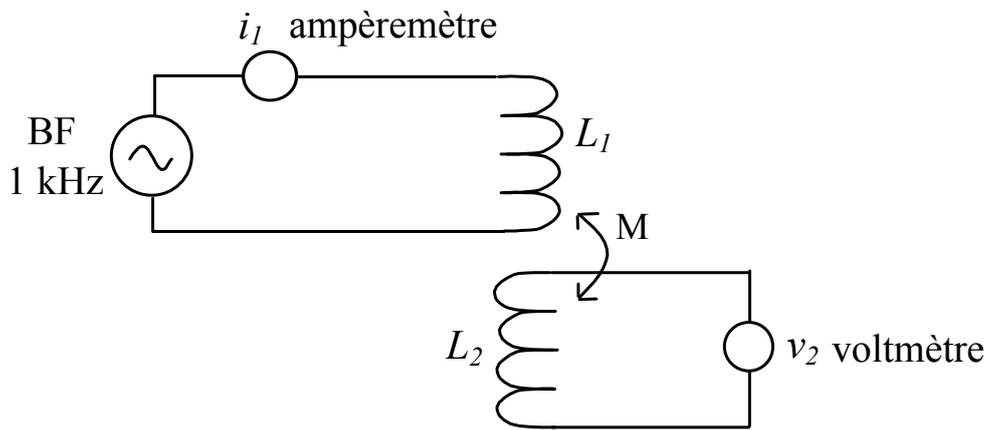


FIGURE 5 –

On peut aussi faire cette expérience avec les solénoïdes enroulés l’un autour de l’autre, avec ou sans le noyau de fer doux (attention, il aura ici un rôle un peu différent de l’étrier mentionné précédemment).

### 2.2 [2P] Autoinduction : surtension aux bornes d’une bobine

- BUP 647 (octobre 1982)

Dans cette partie, on modélise les pertes ohmiques dans les enroulements par une résistance  $r$  en série avec une bobine idéale  $L$ .

Lors de l’ouverture d’un interrupteur dans certains circuits selfiques, il apparaît une surtension. Cet effet est parfois recherché<sup>3</sup> mais souvent indésirable. On l’annule en ajoutant une diode à redressement en parallèle sur la self. Réaliser l’expérience ci-dessous :

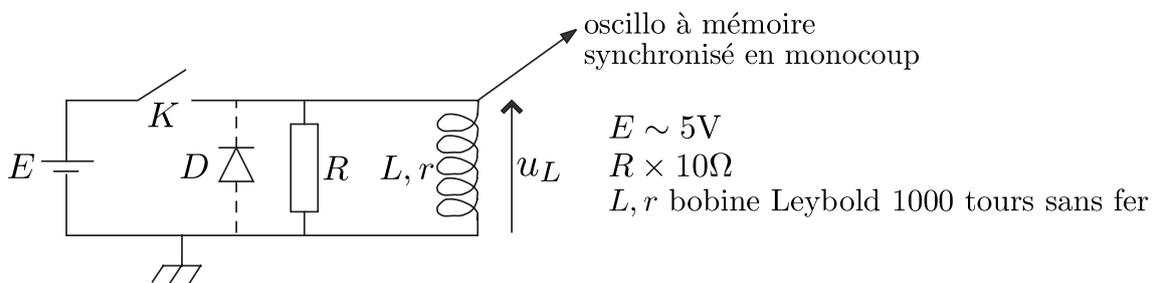


FIGURE 6 –

En l’absence de la diode  $D$ , lors de l’ouverture de  $K$  on observe l’évolution suivante :

Attention, il est nécessaire d’utiliser un interrupteur mécanique simple, sans système à rebond, qui permet de couper d’un coup le contact électrique (il est même préférable de l’enfoncer aussi peu que possible). Les systèmes à ressort d’un interrupteur à rebond sont en effet justement prévus pour éviter la surtension que l’on souhaite ici observer.

Interprétation

$$K \tag{2}$$

fermé, le courant qui circule dans

$$L \tag{3}$$

vaut

$$i = E/r \tag{4}$$

3. Cette surtension à l’ouverture est utilisée dans divers dispositifs servant à obtenir des hautes tensions : bobine de Ruhmkorff, allumage de voiture, clôture électrique...

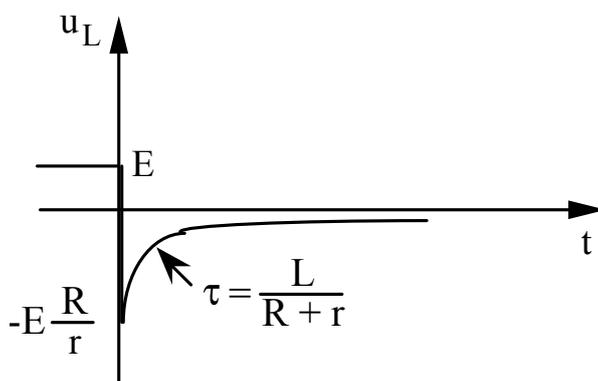


FIGURE 7 –

. Al'ouverture de  $K$ ,  $L$  impose la continuité de  $i$  qui ne peut que "remonter" dans  $R$ . Pourquoi la durée de l'impulsion électrique est-elle d'autant plus courte que la surtension est grande ?

Dans le cas où  $R$  est supprimée ( $R \rightarrow \infty$ ), le calcul indique une surtension infinie, mais en réalité il faut faire intervenir le comportement non idéal de  $K$  et la capacité parasite de la self.

Ajouter la diode et constater l'amélioration.

### 3 [2P] Ponts de mesure d'impédance

#### 3.1 Généralités

Les ponts de mesure peuvent être utilisés pour déterminer la valeur de toute type d'impédance. Ils sont généralement utilisés en alternatif, sauf pour le pont de Wheatstone qui sert uniquement à mesurer des résistances. Bien que généralement remplacés par d'autres processus de mesure à l'heure actuelle (comme des ponts numériques, ou des mesures par détection synchrone), ces méthodes gardent un intérêt pédagogique. On pourra se référer au Quaranta d'électricité pour avoir une présentation plus exhaustive des ponts.

On donne ci-dessous Fig. a le schéma d'un pont générique. Ce pont est équilibré lorsque les potentiels aux points  $A$  et  $B$  sont les mêmes, c'est à dire lorsque :

$$\frac{PU_{GBF}}{P + Z_{tab}} = \frac{QU_{GBF}}{Q + Z_{inc}} \Rightarrow PZ_{inc} = QZ_{tab}, \quad (5)$$

ou  $P$  et  $Q$  sont des résistances fixées. Le principe de la mesure est alors de modifier l'impédance tabulée  $Z_{tab}$  jusqu'à avoir équilibrage du pont, et d'en déduire  $Z_{inc}$ . Dans la pratique, l'impédance connue est généralement constituée d'une résistance et d'une capacité, qui peuvent être placées en série ou en parallèle : on parlera alors de ponts "série" ou "parallèle". Par ailleurs, les deux résistances  $P$  et  $Q$ , positionnées sur des branches différentes, peuvent être placées soit du même côté des points de mesures, soit de part et d'autre, et on parlera alors de ponts " $P/Q$ " ou " $PQ$ " (voir Fig. a et b).

La position exacte de impédances sur les branches, ainsi que le fait d'utiliser un pont série ou parallèle, dépend des mesures à effectuer, ainsi que des plages de valeurs des composantes étudiées. Des exemples typiques de ponts avec les impédances à mesurer sont le pont de Wheatstone (résistances pures), le pont de Sauty (capacités pures), le pont de Maxwell (capacités réelles de faible facteur de qualité), le pont de Wien (inductances de faible facteur de qualité), ou le pont de Hay (inductance de fort facteur de qualité). On notera également l'existence du fréquencemètre de Robinson, un pont constitué de deux cellules  $RC$  parallèles et séries, et ayant la particularité d'avoir les résistances  $P$  et  $Q$  sur la même branche (Fig. c). Il permet d'effectuer des mesures de fréquence (pour  $P = 2Q$ , on a équilibre pour  $RC\omega = 1$ ).

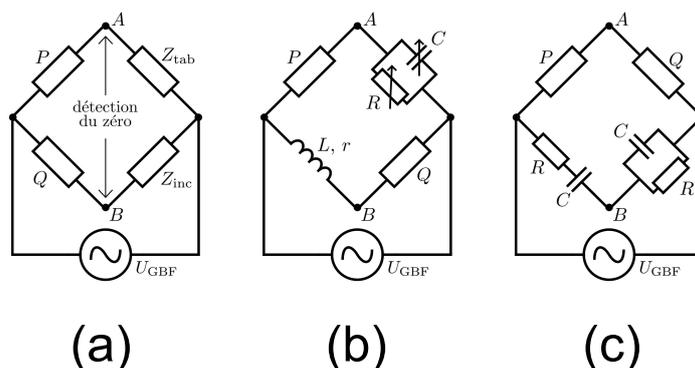


FIGURE 8 –

### 3.2 Mesure d'impédance par pont de Maxwell

Dans ce TP, on propose de réaliser le pont de Maxwell, qui est un pont "PQ parallèle". On pourra visualiser l'équilibrage du pont à l'oscilloscope, en introduisant un transformateur d'isolement entre le GBF et le circuit, pour éviter des problèmes de masse. Pour déterminer avec précision l'équilibrage du pont, il est cependant recommandé d'utiliser un voltmètre numérique.

En caractérisant l'inductance réelle à déterminer comme une inductance  $L$  en série avec une résistance  $r$ , on doit avoir lorsque le pont est équilibré :

$$L = PQC \quad \text{et} \quad r = \frac{PQ}{R}. \quad (6)$$

On propose de prendre  $P = 100\Omega$  et  $Q = 1000\Omega$ . Pour réaliser l'équilibrage du pont, on pourra commencer par régler grossièrement la valeur de  $C$  en ayant débranché  $R$ , puis rajouter cette dernière et procéder au réglage fin. On conseille également de se placer vers 1 kHz. L'équilibrage du pont peut être obtenu jusqu'à des valeurs proches du mV. On constatera cependant que cette équilibrage est assez sensible aux différents contacts électriques dans le montage, ce qui est une source d'incertitude.

Cette expérience peut être effectuée en utilisant les valeurs d'impédances pour les résistances et les capacités telles qu'indiquées sur les boîtes à décades, en prenant en compte les incertitudes constructeurs indiquées. Il est également possible de vérifier toutes ces impédances directement au RLC-mètre. Dans tous les cas, il sera nécessaire d'évaluer proprement les incertitudes obtenues dans le cadre d'un montage. Il est possible d'étudier la sensibilité du pont en fonction des valeurs prises pour  $P$  et  $Q$  : ce point est discuté pour le pont de Wheatstone dans le Quaranta sur l'électricité. Cette sensibilité joue un rôle important lorsqu'on veut mesurer des petits déplacements par rapport à l'équilibrage du pont, cf l'étude de la jauge de contrainte dans le TP "Capteurs de grandeurs mécaniques".

La mesure à une fréquence donnée ayant été faite, il est possible de faire varier la fréquence d'étude, pour évaluer la variation de la résistance de la bobine en fonction de la fréquence. Cette étude est cependant assez limitée car il devient difficile d'utiliser un tel pont pour des fréquences approchant 10 kHz, et qu'il faut également prendre en compte que les autres composantes (inductance et capacité) peuvent varier par rapport aux valeurs attendues.

## 4 Résonance

Pour qu'un système puisse donner lieu à un phénomène de résonance, il faut qu'il ait un ou plusieurs *modes propres* ; c'est-à-dire que, soumis à une perturbation, il revienne à sa position d'équilibre en oscillant avec une ou des fréquences qui sont ses *fréquences propres*, et avec des amplitudes dépendant des conditions initiales. Le nombre de fréquences propres est égal au nombre de degrés de liberté. Lorsque ce système est soumis à une excitation sinusoïdale permanente, une ou plusieurs réponses (tension, intensité, ...) peuvent présenter un maximum d'amplitude à des fréquences proches de ces fréquences propres : on parle de résonance. L'existence d'une résonance dépend de la grandeur étudiée (il est possible d'avoir une résonance en vitesse et non en position pour un oscillateur amorti) et est le signe d'un transfert d'énergie important entre l'opérateur créant l'excitation et le système.

L'étude des régimes libres renseigne aussi sur la résonance : en tapant sur une cloche, on l'entend «sonner» longtemps (dictionnaire de Littré : «re-sonner» en vieux français) et on peut donc prévoir que si on la soumet à une excitation permanente à sa fréquence propre, elle vibrera avec une grande amplitude. De plus, le fait que l'oscillation libre dure pendant de nombreuses périodes indique que la résonance sera très aiguë (d'amplitude importante, localisée en fréquence et très proche de la fréquence propre), ce qui est quantifié par un grand facteur de qualité. On notera d'ailleurs que quand une résonance est suffisamment grande, on fait souvent une approximation d'oscillateur harmonique amorti autour de la position d'équilibre associé, ce qui revient fréquemment à ne garder qu'une description par un système d'ordre 2 résonant dans la fonction de transfert (passe-bas si en position, passe-bande si en vitesse, passe-haut si en accélération).

Le concept de résonance étant très fréquent en physique, il est important de bien se familiariser avec ses différentes manifestations, aussi bien temporelles que fréquentielles et en régime libre ou forcé, ainsi qu'avec l'effet du facteur de qualité sur ceux-ci. On doit par exemple être capable d'estimer le facteur de qualité d'un diapason simplement en mesurant son temps d'amortissement.

#### 4.1 [1P] Oscillations propres d'un circuit électrique

Cette expérience met en évidence les paramètres de la résonance, que l'on retrouvera dans l'expérience d'oscillations forcées au paragraphe suivant.

On étudie la réponse d'un circuit RLC série à une excitation produite par un échelon de tension délivré par un générateur BF (signal en créneaux de période suffisamment longue). Lorsque la résistance du circuit est inférieure à la résistance critique  $R_c$ , on observe un régime oscillatoire amorti.

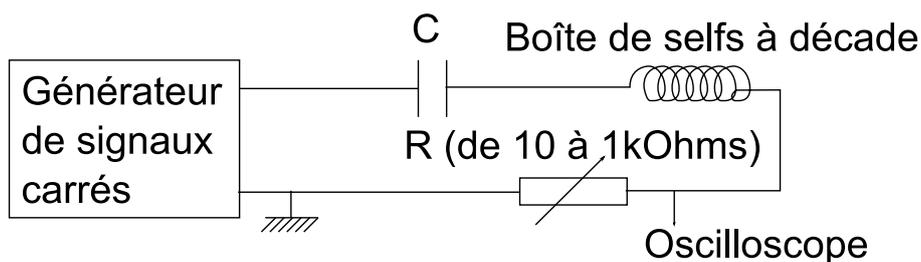


FIGURE 9 –

On peut vérifier que la résistance critique est liée à  $L$  et  $C$  par  $R_c = 2\sqrt{L/C}$ .

##### Note sur le choix des composants :

- Choisir  $L$  et  $C$  pour avoir une fréquence propre d'environ  $10kHz$ .
- Choisir  $R$  pour avoir un facteur de qualité assez grand et un signal pas trop petit (compromis à faire).
- La résistance de sortie du BF contribue aussi au facteur de qualité ; il est conseillé d'ajouter un ampli de puissance (réglé sur x1) à la sortie du BF pour annuler cet effet (quel rôle joue l'ampli de puissance ici ?).
- Pour connaître la résistance du circuit, il faut tenir compte de celle de l'inductance. Elle est facile à déterminer en continu, mais elle dépend de la fréquence, croissant proportionnellement au carré de celle-ci à fréquence élevée (cf. KROB *Électronique expérimentale*). C'est une cause importante d'incertitude.

Sur la courbe obtenue, dans le cas d'un régime oscillatoire amorti, on pourra déterminer la pseudo-période  $\tilde{T} = 2\pi/\tilde{\omega}$  et le décrément logarithmique  $\delta$  (logarithme népérien du rapport des amplitudes d'oscillations successives),<sup>4</sup> et vérifier qu'ils sont liés à  $R$ ,  $L$  et  $C$  par :

$$\tilde{\omega} \simeq \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad , \quad \delta \simeq \pi R \sqrt{\frac{C}{L}} \quad (7)$$

4. On peut aussi utiliser un logiciel de modélisation comme QtiPlot, et effectuer un ajustement (fit). Comme la fonction à ajuster est compliquée, cette approche peut être omise lors d'un premier TP.

. *Facultatif* :

Toujours dans le cas où  $R < R_c$ , on peut observer la tension  $V$  aux bornes de la capacité en fonction du courant traversant le circuit. Pour cela, il faut utiliser un oscilloscope différentiel. La courbe obtenue, dans cet espace appelé espace des phases ( $V \propto q, i \propto dq/dt$ ), est une spirale logarithmique. Justifier.

*Note* :

Grâce à une acquisition via un oscilloscope numérique et un ajustement avec QtiPlot, il est possible de déterminer très précisément la pulsation caractéristique et le facteur de qualité. Ceci montre l'intérêt des régimes transitoires pour la mesure des grandeurs clés du phénomène de résonance.

## 4.2 Oscillations forcées

[1P] **En électricité** "Principe et utilisation d'un wobulateur"

Les termes "wobulateur" et "wobulation" viennent de l'anglais *to wobble*, osciller. On peut également parler de "générateur à balayage de fréquence". Il s'agit de générer un signal électrique quasi périodique, dont la fréquence varie dans le temps de manière contrôlée (modulation de fréquence).

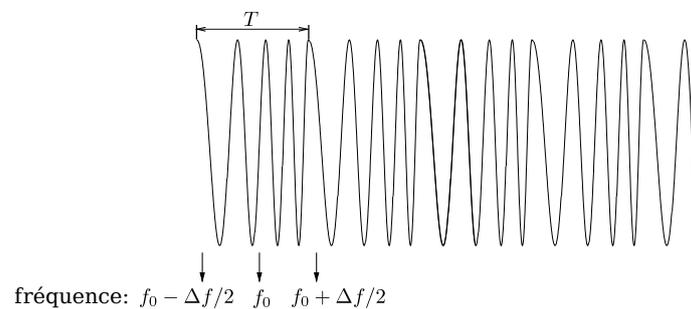


FIGURE 10 –

On note :

- $f_0$  la fréquence centrale
- $\Delta f$  l'excursion
- $T$  la période de la variation de la fréquence (période de la "wobulation").

Le contrôle de la fréquence s'effectue par l'intermédiaire d'une tension  $V$  périodique, de période  $T$ . Cette tension peut être disponible à l'intérieur du générateur (wobulation interne), ou fournie par un générateur auxiliaire (wobulation externe). En général, on utilise pour la forme de la tension  $V$  une dent de scie qui permet d'obtenir un balayage linéaire de la fréquence.

- wobulation interne : la plupart des GBF ne fixent pas  $f_0$  et  $\Delta f$ , mais la fréquence de départ (c'est celle du générateur en l'absence de balayage) et la fréquence maximale. La tension  $V$  est disponible sur la sortie SWEEP OUT du générateur (souvent située à l'arrière). Une option de balayage logarithmique est parfois disponible.

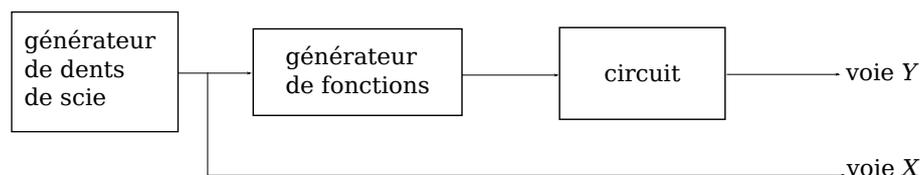


FIGURE 11 –

- wobulation externe : la fréquence est balayée autour de la fréquence nominale du générateur, par la tension  $V$  que l'on branche sur son entrée VCF ("Voltage controlled frequency"). Pour connaître l'excursion en

fréquence (conversion tension-fréquence), on se reportera à la notice ou bien on procédera à une calibration préalable).

Observer le signal wobbulé (pour les manipulations de ce TP, utiliser une wobble interne est généralement suffisant). On pourra l'utiliser pour alimenter un circuit et mesurer sa réponse en fréquence. En effet, il suffit d'utiliser un oscilloscope en mode  $XY$  : on connectera la déviation verticale à la tension qu'on étudie, et la déviation horizontale à la tension  $V$  qui détermine l'échelle des fréquences.

*Remarque importante* : comment choisir la fréquence de la rampe de wobble ("sweep frequency") ?

### Résonance en Intensité

On étudie un circuit  $RLC$  série (voir figure ci-après).

Alimenter tout d'abord le circuit à l'aide d'un GBF non wobbulé. Mesurer la tension aux bornes de la résistance. En faisant varier manuellement la fréquence du GBF, repérer la résonance. Mesurer sa fréquence et estimer l'erreur commise. Observer autour de la résonance le déphasage entre l'intensité et la tension excitatrice (mode  $XY$ ).

En utilisant maintenant la wobble, tracer à l'oscilloscope l'intensité dans le circuit en fonction de la fréquence. Montrer que si la résistance augmente, le facteur de qualité  $Q$  diminue.

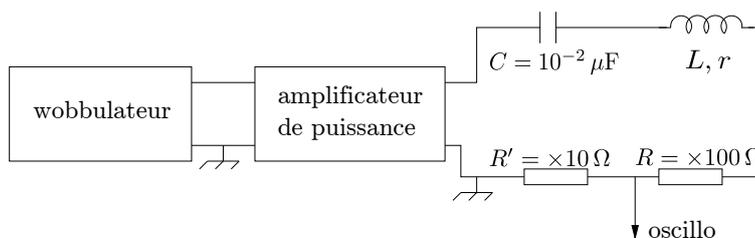


FIGURE 12 –

### Étude de la charge, Résonance en tension

*Attention, cette étude est valable uniquement pour le filtre passe-bas d'ordre 2.*

Modifier le circuit pour observer la tension aux bornes du condensateur. Montrer que pour  $Q < 1/\sqrt{2}$ , il n'y a pas de résonance. La fréquence de résonance  $f_{Res} = f_0\sqrt{1 - 1/2Q^2}$  est proche de  $f_0$  dès que la résonance devient raisonnablement aiguë ; le vérifier pour 2 ou 3 valeurs de résistance. Observer autour de la résonance le déphasage entre cette tension et la tension excitatrice (mode  $XY$ ).

*Remarques :*

- Choisir la fréquence centrale de wobble de manière à faire apparaître le pic de résonance sur l'écran.
- Sélectionner une excursion en fréquence plus petite que la fréquence centrale (sinon le wobbulateur cesse de délivrer du signal).
- Pour obtenir une courbe de résonance persistante à l'oscilloscope, on doit diminuer la période  $T$  de wobble ; observer cependant ce qui arrive quand cette période devient trop faible. Si la fréquence de résonance est suffisamment élevée, il est possible d'obtenir la courbe de résonance sans réglage spécifique de l'oscilloscope. Le cas des fréquences de résonance faibles n'est plus un problème avec les oscilloscopes numériques modernes : il suffit de wobbler lentement et d'utiliser la mémoire de l'oscilloscope (en utilisant le mode d'affichage avec persistance).
- Dans le schéma ci-dessus pour étudier la résonance en intensité, on mesure la tension aux bornes d'une résistance  $R'$  de valeur fixée. Cela permet de comparer quantitativement l'amplitude des différentes courbes de résonance obtenues en faisant varier le facteur de qualité par l'intermédiaire de l'autre résistance.

- Pour l'étude de la résonance en intensité, on peut remplacer la résistance  $R'$  par un "convertisseur courant-tension" (cf. Amplificateurs Opérationnels).

**L'ordinateur permet également de piloter un wobblateur, et même de tracer directement les diagrammes de Bode. Entraînez-vous à vous en servir, mais attention aux connexions ! L'ordinateur ne fait que ce qu'on lui donne à faire, et ce n'est pas lui qui branche.**

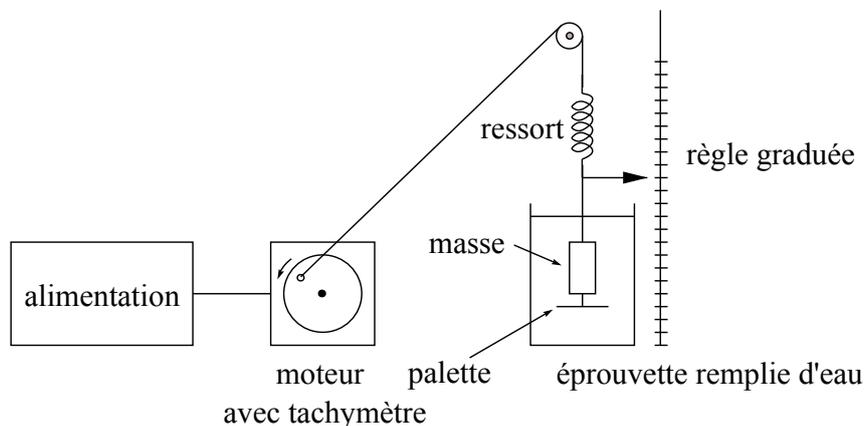


FIGURE 13 –

**[AP] En mécanique** On utilise un appareil qui permet d'étudier les oscillations d'une masse fixée au bout d'un ressort et pouvant être soumise à un frottement fluide (on accroche à la masse des palettes de différents diamètres, l'ensemble oscillant dans une éprouvette remplie d'eau). Le ressort est excité par une ficelle attachée à l'arbre d'un moteur muni d'un excentrique. La fréquence  $f$  peut se mesurer au chronomètre, ou bien on peut utiliser un tachymètre sur l'arbre de rotation (attention aux unités, on mesure ainsi la vitesse de rotation du moteur  $\omega$  en *tours/minute*). L'un des moteurs est également muni d'une dynamo qui permet de mesurer une fréquence électrique. On prendra garde aux rapports de démultiplication entre les différents arbres du moteur. L'amplitude est mesurée à l'aide de la règle graduée du dispositif.

*Attention* : au départ, régler la longueur de façon que la masse soit à peu près au milieu de l'éprouvette. Mettre le moteur en marche et régler sa position de telle sorte qu'à la résonance la masse ne tape pas sur le fond de l'éprouvette.

Étudier les différents régimes de résonance d'amplitude en fonction de l'amortissement ; celui-ci est fonction du diamètre de la palette fixée sous la masse  $m$ . On mesurera l'amplitude des oscillations grâce à un index se déplaçant devant une règle graduée, en fonction de la fréquence. Faire l'analogie avec un circuit électrique résonnant  $RLC$  série. Quels sont les analogues mécaniques de  $R$ , de  $L$ , de  $C$ , du courant et de la tension ?

### Remarques :

- Vous avez l'habitude d'étudier (théoriquement) le système oscillant représenté ci-dessous, à gauche ; ici vous étudiez un système un peu différent, à droite. Il a l'avantage de permettre une étude directe de l'amplitude et de la phase de l'excitation (difficile à faire dans le cas de la force pour le système de gauche).
- Ne pas chercher à exploiter quantitativement la courbe de résonance ; ici le régime est turbulent et la force de freinage est plutôt proportionnelle au carré de la vitesse.
- Cette expérience a davantage sa place comme illustration dans le cadre de la leçon *Phénomènes de résonance dans différents domaines de la physique* que dans le montage *Résonance*.

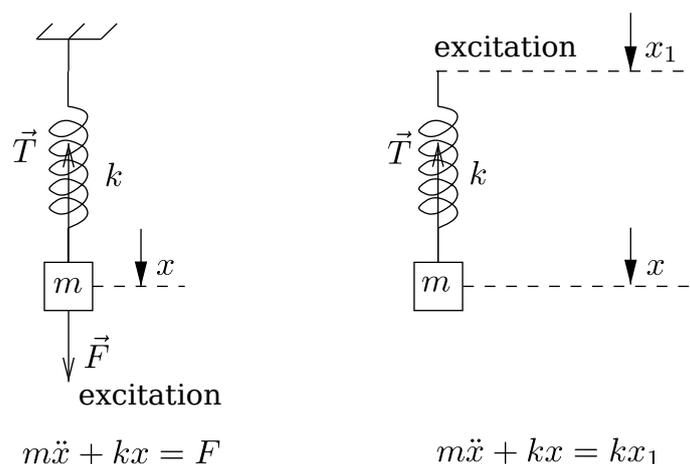


FIGURE 14 –

### 4.3 [1P] Étude de la résonance d'un diapason

Référence : BUP 801 (février 1998) : Résonance aiguë et auto-oscillation d'un diapason

**Étude fréquentielle de la résonance** Les diapasons ont la particularité d'avoir une résonance aiguë avec facteur de qualité très élevé. D'abord utilisés comme résonateurs acoustiques (l'invention du diapason en musique est attribuée à l'anglais John Shore en 1711), leurs caractéristiques permettent un certain nombre d'autres applications comme oscillateurs et/ou capteurs (diapasons à quartz, en or, etc.).

Le montage de la figure 6 permet l'étude de la courbe de résonance d'un diapason acoustique avec sa caisse de résonance. Le facteur de qualité étant très élevé, la bande passante est très serrée (de l'ordre de 0.1-0.3 Hz), il est nécessaire d'utiliser un générateur ayant une bonne stabilité et une très bonne précision en fréquence ; utiliser, par exemple, les Metrix GX320 (bleu). Une autre conséquence du très bon facteur de qualité est la durée assez longue des régimes transitoires (de l'ordre de 1 à 10 s), permettant d'ailleurs facilement d'estimer un ordre de grandeur de celui-ci. Il est fortement déconseillé d'automatiser le tracé du diagramme de Bode ; il faut tracer ce diagramme de Bode point par point à la main en veillant à attendre que le régime permanent soit établi. L'amplificateur est nécessaire pour obtenir un champ magnétique  $B$  suffisant au niveau d'une des branches du diapason.

La force magnétique excitatrice est de la forme  $\nabla(B.M) \sim \nabla(B^2)$ , la fréquence d'excitation du diapason est le double de la fréquence affichée sur le GBF (un électroaimant attire toujours une masse en fer, le sens du courant circulant dans la bobine est donc sans importance ; en conséquence, à la force moyenne exercée se superpose une composante alternative qui a la fréquence double de celle du GBF). Pour obtenir la résonance mécanique du diapason il faut donc se placer à une fréquence électrique correspondant à la moitié de la fréquence de résonance du diapason (440Hz pour un diapason La usuel).

Afin d'obtenir une force magnétique d'intensité suffisante, il faut, pour une alimentation fixée, optimiser l'intensité du courant électrique et le nombre de spires de la bobine. Mais l'impédance d'une bobine, comportant un noyau de fer, est importante à ces fréquences, ce qui limite fortement l'intensité. Pour compenser cet effet, on peut, si cela s'avère nécessaire, utiliser en série avec la bobine un condensateur de capacité  $C$  judicieusement choisie afin de rechercher la résonance d'intensité du circuit RLC ainsi formé pour la fréquence du GBF. On utilisera alors une capacité variable dont on ajustera la valeur à l'aide d'un ampèremètre pour obtenir une intensité maximale (le montage de la figure 6 étant dans ce cas à modifier en conséquence).

Pour le tracé de la courbe de résonance, on mesure la tension aux bornes d'un microphone. La résonance étant très aiguë les courbes de résonance en position et en vitesse sont très proches et il n'est pas possible de les différencier avec le montage proposé. Après avoir mesuré la réponse pour une vingtaine de fréquences du GBF autour de  $f_0/2$ ,

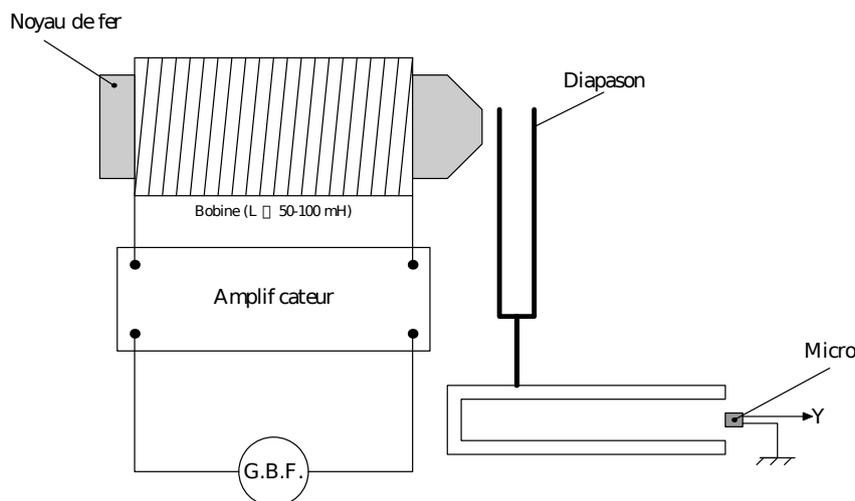


FIGURE 15 – Montage pour l'étude de la résonance d'un diapason.

on peut ajuster la courbe de résonance par

$$U(f) = \frac{U_0}{\sqrt{\left(1 - \frac{f^2}{f_0^2}\right)^2 + \frac{1}{Q^2} \frac{f^2}{f_0^2}}} \quad (8)$$

La fréquence de résonance du mode fondamental du diapason est donnée par la relation<sup>5</sup>

$$f_0 = \frac{(1.8751)^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{E I}{\rho A}} \quad (9)$$

avec  $L$  la longueur des branches,  $E$  le module de Young du matériau,  $\rho$  la masse volumique,  $A$  l'aire de la section des branches et  $I$  le second moment de l'aire de la section des branches. Pour des branches à section circulaire de rayon  $r$  le rapport  $\frac{I}{A} = \frac{r^2}{4}$  et pour des branches à section rectangulaire  $\frac{I}{A} = \frac{a^2}{12}$  où  $a$  est la longueur dans la direction du mouvement.

**[AP] Manipulations complémentaires** En supprimant le générateur et en bouclant le système, avec la sortie du micro sur l'entrée de l'amplificateur, on peut réaliser un oscillateur à la fréquence  $f_0$ . Interpréter. Pour plus de détails sur cette expérience annexe, on pourra consulter le BUP 801, mais attention, cette partie sur les effets non linéaires est discutable.

On peut reprendre l'étude de la résonance du diapason avec une surcharge sur l'une de ses branches et observer le décalage de la fréquence de résonance en fonction de la position de la surcharge. On peut aussi observer des battements acoustiques avec 2 montages similaires à la figure 6, dont l'un avec/sans surcharge sur l'une des branches du diapason.

On peut également étudier l'influence de la dissipation sur la courbe de résonance en retournant l'ensemble diapason/caisse de résonance au dessus d'une cuve remplie d'eau et en immergeant de quelques millimètres les extrémités du diapason. Pour toutes ces expériences complémentaires, consulter le BUP sur la résonance du diapason.

5. La constante numérique (1.8751) est la première solution de l'équation :  $\cos(x) \cosh(x) + 1 = 0$ . Les harmoniques suivantes sont données par les racines de cette équation. On trouvera un traitement détaillé des résonances du diapason dans le Chap. 10 du livre *Le champ proche optique. Théorie et applications* D. Courjon et C. Bainier (Springer - 2001)

#### 4.4 [AP] Résonateur de Helmholtz

Le résonateur est constitué d'un volume cylindrique fermé à l'une de ses extrémités par un bouchon plein et à l'autre par un bouchon percé d'un trou de petit diamètre dans lequel on peut insérer des embouts de différentes longueurs (cf. Fig. 1).

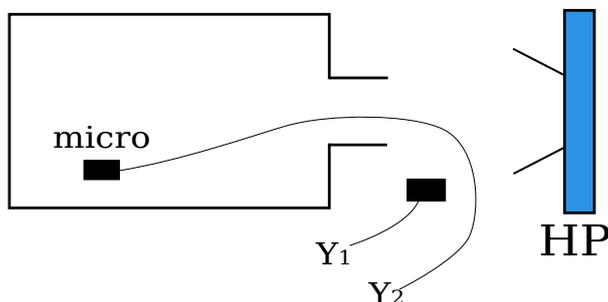


FIGURE 16 – dispositif du résonateur de Helmholtz.

Le mode de résonance de Helmholtz correspond à un mouvement d'ensemble de la masse d'air située dans le goulot, l'air dans le volume principal étant quasi immobile. Il correspond au mode de résonance de plus basse fréquence d'un tel système, de l'ordre de  $100\text{Hz}$  pour le système étudié ici. On étudie la résonance de Helmholtz en plaçant l'un des petits microphones à l'intérieur de la cavité et le haut-parleur à quelques centimètres devant le goulot. Pour s'affranchir de la réponse du haut-parleur et des microphones, on place le deuxième micro, supposé identique au précédent (pourquoi ?), à l'extérieur de la cavité, juste devant le haut-parleur, et on envoie le signal sur la voie 1 de l'oscilloscope. À l'aide du programme d'acquisition des diagrammes de Bode, on peut alors enregistrer automatiquement la courbe de résonance du système. Toutefois, il faut prendre garde de décocher la case "autoadjust" sans quoi le logiciel va augmenter la tension d'excitation du haut-parleur au-delà de sa limite de linéarité. Ces courbes donnent accès à la fréquence de résonance ainsi qu'au facteur de qualité du résonateur. On comparera ces grandeurs aux valeurs obtenues en régime transitoire. Pour cela, on place l'oscilloscope en mode monocoup, et on excite le résonateur d'une pichenaude ou en claquant des mains (par exemple ; toute autre méthode conduisant à une excitation impulsionnelle est satisfaisante). Faire l'ajustement de cette réponse par une sinusoïde amortie dont on déduira la période et l'atténuation. Comparer aux valeurs précédentes.

#### Interprétation :

Dans une première approximation, le résonateur est un oscillateur harmonique dont l'équivalent mécanique est le système masse-ressort. Dans ses mouvements, la masse d'air située dans le goulot comprime l'air du volume principal qui joue le rôle de ressort. Il s'ensuit que la fréquence de résonance est donnée par (voir notice) :

$$f_0 = \frac{C}{2\pi} \sqrt{\frac{s}{V\ell}} \quad (10)$$

, où  $C$  est la vitesse du son,  $s$  et  $\ell$  sont la section et la longueur du goulot, et  $V$  est le volume principal. On pourra vérifier cette relation en utilisant des goulots de différentes longueurs. (Plus précisément, dans l'expression de  $f_0$  ci-dessus,  $\ell$  doit être remplacé par  $\ell + 8d/3\pi$  où  $d$  est le diamètre intérieur du goulot ; voir notice.)

#### Note culturelle :

La résonance de Helmholtz est utilisée par exemple dans une guitare, où elle forme le mode le plus grave de sa caisse.

#### 4.5 [AP] Résonance acoustique d'une bulle

**Présentation** Cette expérience (notice N.237) permet d'étudier un oscillateur harmonique amorti original : une bulle d'air oscillant dans l'eau. Elle s'inspire de l'article *The air bubble : experiments on an unusual harmonic*

*oscillator* joint à la notice. Ne disposant pas d'un haut parleur étanche, les expériences décrites ici concernent uniquement les oscillations libres (et non les oscillations forcées).

En 1933, Minnaert publie un article sur *Les bulles d'air musicales et le son de l'eau en écoulement*. Il remarque qu'une bulle d'air de quelques millimètres de rayon se comporte comme un résonateur avec une fréquence de résonance de l'ordre du kHz. Dans les expériences proposées ici et inspirées par ses travaux, nous observons les oscillations d'une bulle causées par son détachement lorsqu'elle sort d'un tube capillaire.

Oublions un instant les sources de dissipation. La modélisation proposée est la suivante : la bulle oscille selon un mode radial (son rayon évolue entre  $R$  et  $R + d$ ), et peut être considérée comme un système masse-ressort. La raideur du ressort est donnée par la compressibilité de l'air, tandis que sa masse provient de l'inertie de l'eau.

La fréquence propre de l'oscillateur harmonique correspondant est décrite par la loi suivante dans le cadre d'un modèle adiabatique :

$$f_o = \frac{1}{2\pi R} \sqrt{\frac{3\gamma P}{\rho}} \quad (11)$$

, où  $R$  est le rayon de la bulle,  $\gamma = 1.4$  pour une bulle d'air (coefficient adiabatique du gaz, à ne surtout pas confondre avec la tension de surface de l'interface eau-air qui n'intervient pas dans l'expression de la fréquence propre),  $P$  est la pression de l'eau autour de la bulle et  $\rho$  la masse volumique de l'eau. En pratique, la dissipation intervient, et l'oscillateur obtenu est en fait un oscillateur harmonique amorti.

**Mise en œuvre** On étudie la résonance de Minnaert en s'intéressant au son émis par une bulle lors de son détachement. Pour ce faire, on dispose d'un récipient qui sera rempli d'eau (veiller à ce que le niveau d'eau soit suffisant), dans lequel on va pouvoir former des bulles en appuyant sur une seringue remplie d'air. On appuiera doucement, de façon à émettre les bulles une par une, en régime quasi-statique. On dispose de plusieurs tailles de seringues et de tubes capillaires. Le support sur lequel le tube capillaire est fixé peut être sorti du récipient (en couissant la plaque verticale présente à l'intérieur du récipient) de façon à changer le capillaire, en le dévissant et en revissant un tube de taille différente. Ne surtout pas forcer en tirant sur les capillaires de couleur, il faut impérativement les dévisser. Pour les tubes plus larges (en plastique transparent), il suffit de les enfoncer dans le support, pas besoin de visser et dévisser.

Pour enregistrer le son émis lors du détachement d'une bulle, on dispose d'un microphone, recouvert d'une membrane plastique nécessaire à son étanchéité. **On prendra garde à ne pas perforer cette membrane avec le tube capillaire ou avec les arêtes de la cuve.** Le microphone, alimenté sur secteur, doit être relié à un amplificateur HP (à régler sur le niveau d'amplification maximal). La sortie de cet amplificateur sera connectée à un haut-parleur ou à un oscilloscope. Le microphone sera tenu dans l'eau, à proximité du capillaire, avec une pince et une potence. On le décalera latéralement par rapport au capillaire de façon à ce qu'une bulle émise ne se coince pas en dessous (vérifier qu'il n'y a aucune bulle coincé sous le microphone avant de commencer les mesures).

La bulle se comporte lors de son détachement comme un oscillateur amorti. La fréquence propre de l'oscillateur harmonique correspondant est la fréquence de Minnaert décrite dans la section *Présentation*. Les oscillations décroissent rapidement en amplitude. Ces oscillations sont à l'origine d'une onde acoustique, que l'on peut capter avec le microphone, ou entendre en mettant l'oreille au dessus du récipient lors de l'émission d'une bulle, si l'on a une bonne audition. Pour faire entendre plus clairement le bruit d'une bulle, on peut brancher un haut-parleur à la sortie de l'amplificateur HP. Ce haut-parleur sera remplacé par l'oscilloscope pour effectuer des mesures.

On dispose de différents tubes capillaires permettant de faire varier la taille des bulles émises : c'est ce paramètre que l'on peut faire varier pour vérifier que la fréquence des oscillations est donnée par la formule de Minnaert. Pour chaque tube, on souhaite mesurer le volume des bulles émises, en régime quasi-statique. Pour cela, compter le nombre de bulles émises correspondant à un volume donné par une seringue.

Enregistrer le signal du microphone (amplifié par l'amplificateur HP) au moment de l'émission d'une bulle grâce à un oscilloscope. Mesurer la fréquence des oscillations, en commençant par le plus gros tube pour lequel l'expérience est la plus facile à réaliser. Un exemple d'acquisition au microphone est donné sur la figure.

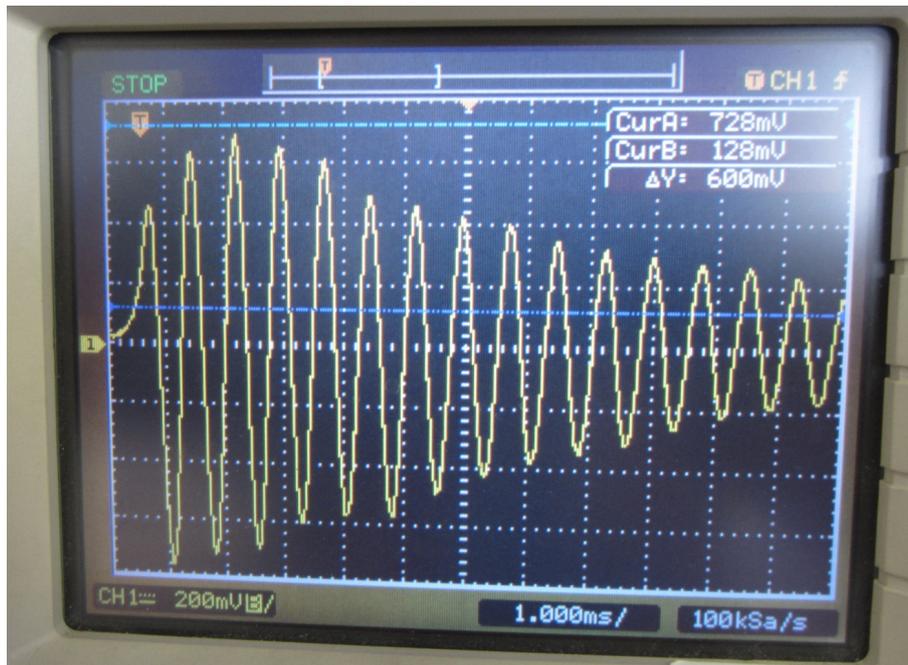


FIGURE 17 –

On peut, comme dans le cas d'un circuit RLC soumis à un échelon de tension, mesurer non seulement la pseudopériode des oscillations mais également calculer un paramètre d'amortissement (facteur de qualité ou décrément logarithmique).

Une expérience rapide et qualitative consistant à observer le couplage de deux bulles est décrite dans la seconde partie du polycopié. Si vous souhaitez la réaliser, pensez-y avant de défaire le montage.