



SORBONNE
UNIVERSITÉ

université
PARIS-SACLAY

Centre interuniversitaire de préparation à l'agrégation de Montrouge

CAPTEURS DE GRANDEURS MÉCANIQUES

2024-2025



This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License, which permits distribution, and reproduction in any medium, provided the original author and source are credited. This license does not permit commercial exploitation or the creation of derivative works without specific permission.

Table des matières

1	[1P] Capteur de niveau d'eau capacitif	3
1.1	Comportement électrique de l'eau	3
1.2	Manipulation	4
2	[2P] Capteur de niveau capacitif (version flanc de résonance du RLC)	4
2.1	Mise en place du capteur capacitif	5
2.2	Étude dynamique d'un fluide oscillant	6
3	[1P] Mesure interférométrique de la déformation d'un piézoélectrique ("Michelson de poche")	7
3.1	Montage	7
3.2	Détection des interférences	8
4	[1P] Accéléromètre	8
4.1	Principe général	8
4.2	Accéléromètre à détection capacitive	8
4.3	Expérience	9
5	Jauge de contrainte	11
5.1	[1P] Expérience	12
5.2	[2P] Application à une balance électronique	12
6	Mesure du module d'Young par fléchissement	13
6.1	Méthode statique [1P]	13
6.2	Méthode dynamique [2P]	14

Bibliographie :

- Sextant, *Optique expérimentale*.
- Duffait, *Expériences d'électronique*.
- Daniel Aubert, éditions Pierron, *Dictionnaire de physique expérimentale, Tome 3 : électronique*.
- Georges Asch, éditions Dunod, *Les capteurs en instrumentation industrielle*.

1 [1P] Capteur de niveau d'eau capacitif

La mesure du niveau d'un liquide contenu dans une cuve opaque peut être réalisée à l'aide de capteurs capacitifs. Deux cas sont à envisager selon que le liquide est électriquement isolant ou conducteur. Dans le cas d'un liquide isolant la variation de capacité est due au changement de diélectrique dans le condensateur formé de deux conducteurs métalliques. Dans le cas d'un liquide conducteur, le condensateur est constitué d'un conducteur recouvert d'une fine couche d'un matériau isolant (diélectrique) ; le liquide joue alors le rôle de la seconde armature du condensateur. La variation de capacité résulte alors du changement de l'aire des armatures du condensateur.

La capacité C varie linéairement avec la hauteur de liquide h . La capacité C_0 est la capacité du condensateur en l'absence de liquide. La pente dépend de la permittivité du vide ϵ_0 , de la constante diélectrique ϵ_r du matériau isolant et de la géométrie (plane ou cylindrique) du capteur.

Dans la pratique, la géométrie cylindrique est la plus simple à mettre en oeuvre et permet de minimiser les effets de bord. Pour les liquides isolants, une tige conductrice cylindrique est introduite dans la cuve qui constitue souvent la seconde armature du condensateur. Pour les liquides conducteurs, une tige conductrice et cylindrique, recouverte d'une couche d'un matériau isolant, est introduite dans la cuve. Un second conducteur est plongé dans le liquide (seconde armature du condensateur) pour permettre la mesure de capacité.

Enfin, dans le cas d'un liquide isolant, la capacité risque d'être très faible (ϵ est grand) et les effets de bords importants surtout si la cuve sert d'armature. Le capteur est alors utilisé comme détecteur de niveau en "tout ou rien". On détecte alors seulement une variation de capacité quand la sonde plonge dans le liquide isolant. Le capteur n'a donc pas besoin d'être linéaire.

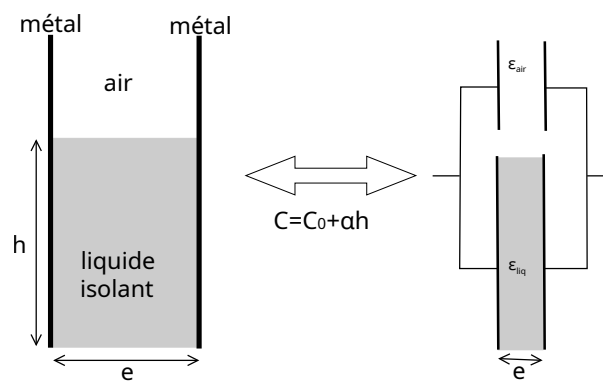


FIGURE 1 –

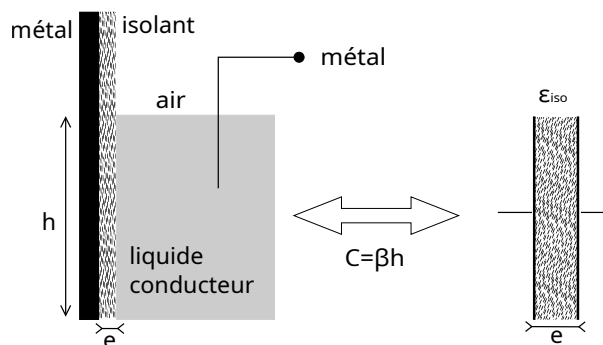


FIGURE 2 –

1.1 Comportement électrique de l'eau

On considère un condensateur formé de deux conducteurs de surface S séparés par une épaisseur d'eau e_{eau} . Un tel condensateur est caractérisé par sa résistance R_{eau} en parallèle avec son impédance capacitive $\frac{1}{jC_{eau}\omega}$, où C_{eau} et ω

sont la capacité et la pulsation, respectivement. Le rapport de ces deux impédances vaut en module¹

$$a = R_{eau} C_{eau} \omega = \left(\frac{\rho e_{eau}}{S} \right) \left(\frac{\epsilon_0 \epsilon_{eau} S}{e_{eau}} \right) \omega = \rho \epsilon_0 \epsilon_{eau} \omega \quad (1)$$

, avec ϵ_0 et ϵ_{eau} les permittivités du vide et de l'eau.

Si $a \ll 1$ le dipôle se comporte comme une résistance pure R_{eau} . Si $a \gg 1$ le dipôle se comporte comme un condensateur de capacité C_{eau} .

Le tableau ci-dessous présente l'ordre de grandeur attendu pour le coefficient $a = \rho \epsilon_0 \epsilon_{eau} \omega$ pour de l'eau contenant plus ou moins d'espèces dissoutes : eau pure, eau distillée (à l'abri du CO_2) et eau du robinet. Les fréquences de test envisagées (100 Hz, 1 kHz et 10 kHz) sont celles généralement disponible sur les RLC-mètres.

résistivité ($\Omega \cdot \text{m}$)	eau pure $\simeq 2 \times 10^5$	eau distillée $\simeq 10^4$	eau du robinet $\simeq 20$
f=100 Hz	0.1	5×10^{-3}	10^{-5}
f=1 kHz	1	5×10^{-2}	10^{-4}
f=10 kHz	10	0.5	10^{-3}

FIGURE 3 –

Le comportement capacitif est observé pour les valeurs de résistivité et de fréquences élevées. Le comportement résistif (c'est à dire conducteur) est observé pour les faibles valeurs de résistivité et de fréquence.

Dans la suite, on suppose que l'eau a un comportement totalement résistif (ou de façon équivalente que l'eau est un liquide conducteur).

1.2 Manipulation

Description du dispositif La sonde capacitive est constituée d'un fil de cuivre verni. Ce fil verni est courbé de façon à former un "U", l'extrémité du coeur en cuivre n'est donc pas en contact avec l'eau. Un second fil de même nature et dénudé permet d'établir un contact électrique avec l'eau. L'ensemble est protégé par un tube transparent en plexiglas². Une bande millimétrée transparente est collée sur le tube pour permettre la lecture des variations de hauteur d'immersion de la sonde capacitive.

Utilisation La sonde, tenue sur un support à l'aide d'une tige et d'une pince, est plongée dans un réservoir contenant de l'eau du robinet. Le niveau d'immersion est contrôlé en modifiant la hauteur du support (avec un boy), ou en vidant le récipient progressivement avec un siphon (utiliser une pince à clamber pour déclencher et interrompre la vidange). Mesurer la capacité de la sonde à l'aide d'un RLC-mètre en fonction de la profondeur d'immersion. Pour améliorer la précision de la mesure, on peut utiliser des câbles BNC banane-banane sur les entrées + et -, et relier les masses de ces câbles BNC à la borne de garde du RLC-mètre. On peut réaliser un étalonnage, et chercher ensuite à déterminer une hauteur inconnue. On peut aussi déduire des résultats obtenus l'épaisseur de la couche de vernis recouvrant le fil de cuivre.

Pour aller plus loin, consulter la notice N.197.

2 [2P] Capteur de niveau capacitif (version flanc de résonance du RLC)

Le but de cette expérience est de concevoir un détecteur de niveau de liquide qui permette l'étude quantitative des oscillations d'un fluide. Il propose une approche plus sophistiquée que la manipulation précédente, et pourra être fait dans un deuxième temps.

La première partie est dédiée à la conception du capteur, et la deuxième partie à son utilisation pour caractériser la dynamique des oscillations de l'éthanol. Notice correspondante : N.96 .

1. On peut montrer que $a = \rho \epsilon_0 \epsilon_{eau} \omega$ reste significatif indépendamment de la géométrie du condensateur.

2. Ou PMMA, pour polyméthacrylate de méthyle.

2.1 Mise en place du capteur capacitif

On s'intéresse au dispositif constitué d'un tube en U dont l'un des bras est recouvert de deux bandes de scotch cuivré conductrices de surfaces égales, formant un condensateur héli-cylindrique. Contrairement au condensateur cylindrique classique (où l'une des armatures est un fil de cuivre qui plonge dans le liquide), cette géométrie permet de garder les deux conducteurs à l'extérieur du fluide afin de ne pas perturber sa dynamique, qui sera étudiée en deuxième partie. Lorsque le tube est vide, on admet que la capacité de ce condensateur s'écrit

$$C_0 = \alpha \epsilon_0 H \quad (2)$$

Si on introduit une hauteur h de liquide dans le tube, le système devient équivalent à une association parallèle de deux condensateurs (cf. figure ci-dessous).

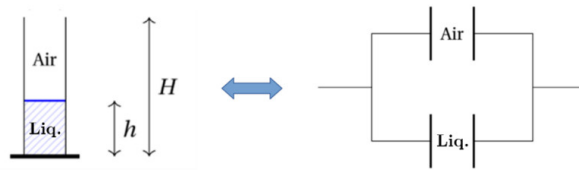


FIGURE 4 –

On peut montrer que la capacité C du système total dépend de la hauteur h de liquide suivant la relation affine

$$C(h) = C_0 + \alpha \epsilon_0 (\epsilon_{r,liq} - \epsilon_{r,air}) h \quad (3)$$

Quelle monotonie attendez-vous pour la fonction $C(h)$?

Remplir le tube à mi-hauteur avec de l'éthanol, et mesurer la capacité du condensateur ainsi formé avec un RLC-mètre. Déplacer le ménisque d'une hauteur Δh en pompant l'une des extrémités du tube à l'aide de la poire et du bouchon percé (graisser légèrement le bouchon pour une meilleure étanchéité). Pour différentes valeurs de Δh , mesurer la variation ΔC correspondante et vérifier que sa monotonie est conforme à celle attendue.

On souhaite exploiter la linéarité de ΔC en Δh pour obtenir une tension proportionnelle à Δh . Pour cela, on va d'abord tâcher d'obtenir une tension sinusoïdale $u(\Delta h, t) = U(\Delta h) \cos \omega t$ d'amplitude proportionnelle à Δh , puis la convertir en tension continue $v(\Delta h)$ directement proportionnelle à Δh .

Insérer le tube servant de capacité C dans un circuit RLC série comme illustré ci-dessous (uniquement la partie gauche, en bleu sur le schéma). L'inductance L sera choisie parmi les bobines disponibles de manière à obtenir une fréquence de résonance de l'ordre de 30 kHz. La résistance r désigne la résistance propre de la bobine choisie. Les fils en gras doivent être blindés afin de perturber le moins possible l'environnement électromagnétique de $C(h)$. Enfin, le support du tube étant métallique, il possède également une capacité parasite susceptible de perturber les mesures ; le mettre à la terre en le reliant à la masse de l'oscilloscope par un câble blindé.

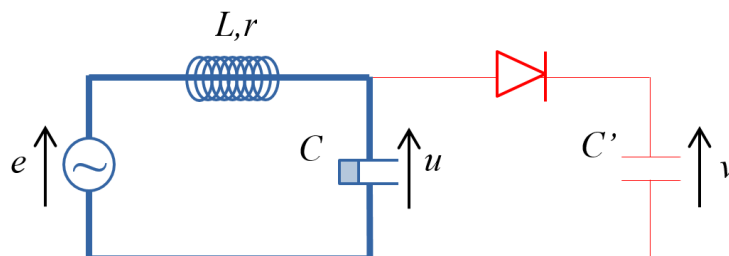


FIGURE 5 –

Pour une tension d'entrée de 1 V d'amplitude, vérifier par des wobbulations successives sur u que la fréquence de résonance $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ dépend de h . La monotonie de $\omega_0(h)$ est-elle conforme à celle attendue ?

Montrer qu'une petite variation de capacité $\pm \Delta C \ll C$ décale proportionnellement la résonance de la quantité

$$\Delta \omega_0 = \mp \frac{\Delta C}{2C} \quad (4)$$

Ainsi, en première approximation on peut considérer que $\Delta \omega_0 \propto \Delta C \propto \Delta h$. La figure ci-dessous explique ensuite comment convertir une variation de fréquence de résonance en une variation de tension. Le principe est simple : si on excite un circuit RLC à fréquence fixe ω_{exc} située sur le flanc de la résonance (ie là où la courbe est assimilable à une droite), une variation $\Delta \omega_0$ de la fréquence de résonance va entraîner une variation $\Delta U \propto \Delta \omega_0$ de l'amplitude de sortie. Le signe de cette variation dépend du flanc choisi (gauche ou droite).

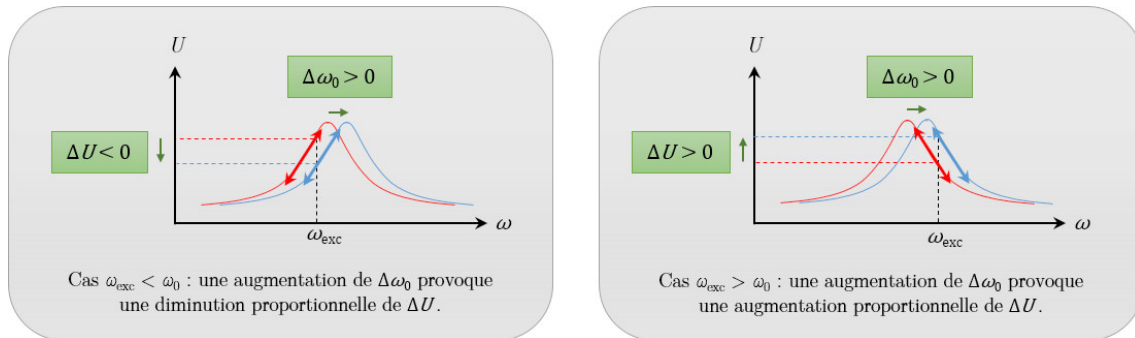


FIGURE 6 –

Sur quel flanc de la résonance doit-on choisir d'exciter le circuit si on souhaite que U soit croissante en fonction de h ?

Vérifier que l'amplitude de la tension aux bornes de C se comporte comme attendu en fonction du signe de $\omega_{exc} - \omega_0$.

La dernière étape consiste à convertir la tension variable u en tension continue $v \propto U$. Pour cela, on utilise simplement une diode afin de redresser le signal, puis un condensateur C' (boîte à décades) pour filtrer passe-bas sur le principe du filtre RC (la résistance des fils suffit, en rajouter rendrait la résonance moins aigüe et donc notre détecteur moins sensible). Attention, la diode doit être une diode de signal : les diodes de redressement ne fonctionnent bien qu'aux fréquences électrotechniques.

Compléter le circuit comme indiqué sur la partie rouge du schéma (il n'est pas nécessaire d'utiliser des fils blindés). Observer le signal v à l'oscilloscope et choisir C' de manière à optimiser le redressement. En déduire un ordre de grandeur de la résistance du circuit.

Trouver la nouvelle fréquence d'excitation qui maximise le signal v (elle peut être nettement différente de ω_0 car les effets capacitifs de la diode et de C' influent notablement sur la résonance du RLC). Choisir une fréquence d'excitation qui rende v approximativement linéaire croissante de h . Pour s'assurer de la linéarité, il peut être judicieux de faire osciller le ménisque en régime libre et de veiller à l'obtention d'un beau sinus sur l'oscilloscope (il sera déformé si on est hors de la partie linéaire du flanc).

Tracer v en fonction de Δh . En déduire la sensibilité du détecteur en V/cm.

2.2 Étude dynamique d'un fluide oscillant

Dans cette partie, on utilise le détecteur de niveau précédemment conçu pour caractériser la dynamique de l'éthanol dans le tube en U. En régime d'oscillations libres et dans un modèle d'écoulement laminaire, le déplacement $\Delta h(t)$ suit une équation différentielle du second ordre :

$$\frac{d^2}{dt^2} \Delta h(t) + \frac{\omega_0}{Q} \frac{d}{dt} \Delta h(t) + \omega_0^2 \Delta h(t) = 0 \quad (5)$$

avec $\omega_0 = \sqrt{\frac{2g}{l}}$ et $Q = \frac{\rho S}{8\pi\eta} \sqrt{\frac{2g}{l}}$, l et S désignant respectivement la longueur de tube rempli par le fluide, et la section du tube.

Acquérir à l'oscilloscope les oscillations du régime libre. Ajuster les données par un sinus amorti et déterminer ω_0 . Répéter pour plusieurs longueurs de fluide et tracer ω_0 en fonction de $\frac{1}{\sqrt{l}}$. Retrouver l'accélération de la pesanteur g à partir des mesures de ω_0 . Pour minimiser l'erreur sur l , peser le liquide à la balance puis mesurer le diamètre du tube au pied à coulisse et en déduire l .

3 [1P] Mesure interférométrique de la déformation d'un piézoélectrique (''Michelson de poche'')

L'interféromètre de Michelson met en évidence le phénomène de cohérence temporelle : à cause de la largeur spectrale de la source, les interférences ne sont présentes que sur un intervalle spatial nommé *longueur de cohérence*, variant pour les sources classiques de quelques microns (lampe Quartz-Iode) à quelques centimètres (lampe spectrale). On se propose ici d'étudier une des propriétés importantes du laser, à savoir sa longueur de cohérence, qui peut atteindre plusieurs centaines de mètres pour des lasers ordinaires, et jusqu'à des secondes ou heures lumière pour les lasers les plus stables.

Utiliser pour cette expérience la boîte «caractérisation d'un piézo-électrique». On se propose de tracer la caractéristique tension/élongation d'une cale piézoélectrique par une technique interférométrique. La cale est constituée d'un empilement de céramiques piézoélectriques, de façon à augmenter sa sensibilité.

Un laser a une grande longueur de cohérence temporelle, on peut donc fabriquer un interféromètre de Michelson qui permet d'obtenir de grandes différences de marche. On dispose d'un miroir fixe, d'un miroir monté sur une cale piézoélectrique, et d'un cube séparateur. Les supports des miroirs sont très courts, et installés sur une plaque métallique épaisse, afin de minimiser l'influence des vibrations.

3.1 Montage

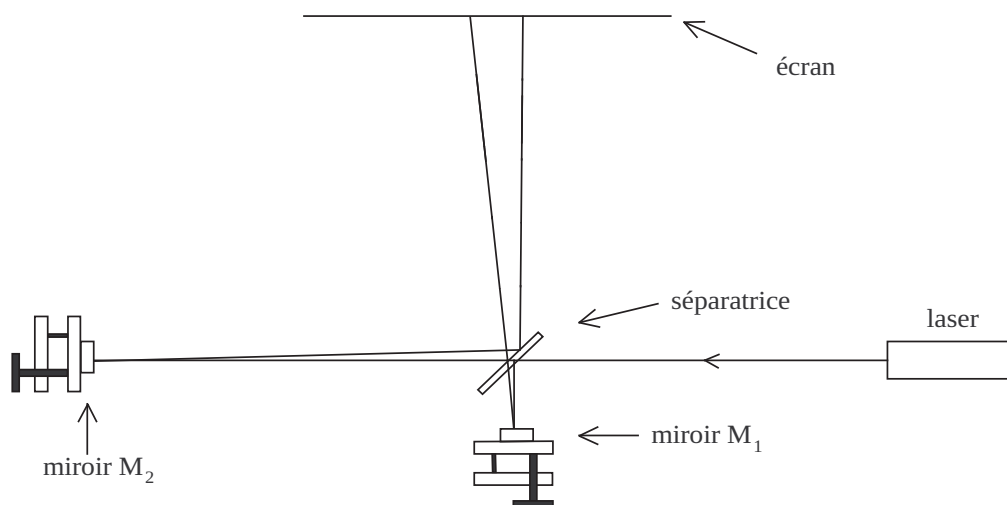


FIGURE 7 –

- Placer le miroir M_1 à une dizaine de centimètres du cube et régler son orientation pour qu'une partie du spot revienne juste au dessus de la sortie du laser (ne pas le faire revenir directement dans le laser, car le couplage entre les faisceaux «aller» et «retour» dans le tube peut induire des franges parasites et des instabilités).
- Placer le miroir M_2 sensiblement à la même distance du cube. Pour le réglage de l'orientation, procéder comme pour M_1 .
- On doit voir sur l'écran deux tâches provenant des deux miroirs. Les superposer en retouchant l'orientation des miroirs.
- Élargir le faisceau à l'aide du condenseur, à placer avant le Michelson.

- On doit alors voir des anneaux (ou portions d’anneaux) sur l’écran. Retoucher à l’orientation d’un miroir pour centrer les anneaux.

3.2 Détection des interférences

Le fait d’observer des franges (avec une visibilité acceptable) prouve que la longueur de cohérence est supérieure à la différence de marche des deux faisceaux : on mesure ainsi une borne inférieure pour la longueur de cohérence (déjà au dessus de celles des sources classiques). Ce montage permet avec un peu plus de travail de mettre en évidence le caractère multimode des lasers de la collection (*i.e.* ayant un spectre composé non pas d’une mais de plusieurs raies très fines), on se référera pour cela au *Sextant*.

On peut détecter les interférences à l’infini de deux façons :

- **Méthode visuelle** : Par observation directe sur l’écran. Si vous n’observez pas de franges, cela peut être dû à une anti-coïncidence entre les différents modes longitudinaux du laser, déplacer M_1 d’environ 10 cm et reprendre le réglage.

Charioter le miroir placé sur la cale piézoélectrique en changeant sa tension d’alimentation. Relever les minimum d’éclairement du centre des anneaux et en déduire ainsi la caractéristique tension/élongation de la cale piézoélectrique. Le constructeur annonce une course de 10 μm pour 1000 V.

- **Avec une photodiode (facultatif)** : Placer une photodiode autonome au centre de la figure d’interférences obtenue et balayer lentement le piézo à l’aide d’une rampe de tension générée par un GBF et l’ampli HT.

4 [1P] Accéléromètre

Il est indispensable de **lire la notice**, et en particulier la section Sécurité, avant d’utiliser ou de transporter l’expérience. Cette notice contient de plus des photos de l’expérience, et toutes les données nécessaires à son exploitation quantitative.

4.1 Principe général

Un accéléromètre est un capteur permettant de mesurer des accélérations selon un ou plusieurs axes. Il peut être modélisé par un système masse-ressort, le déplacement de la masse par rapport à sa position d’équilibre étant proportionnel à l’accélération appliquée d’après le principe fondamental de la dynamique. Plusieurs types d’accéléromètres existent : asservis ou non asservis, et plusieurs formes de détection du mouvement de la masse peuvent être mises en oeuvre : détection capacitive, piézoélectrique, inductive, optique, etc.

4.2 Accéléromètre à détection capacitive

Il existe de nombreux types d’accéléromètres en fonction des usages (airbags de voitures, contrôle industriel, sismologie, lanceur spatial...). Ceux des téléphones mobiles sont à détection capacitive et fonctionnent généralement grâce à une puce spéciale appelée Mems (pour « Micro-Electro-Mechanical-System »), pas plus grosse qu’une tête d’allumette. C’est grâce à elle que l’écran pivote quand vous tenez le téléphone horizontalement, que le téléphone calcule le nombre de pas ou que l’appareil photo peut stabiliser l’image. La puce Mems est composée d’une partie mobile en forme de peigne avec des tiges en silicium se déplaçant entre des tiges fixes, écartées d’environ 1,3 μm . Lorsque le smartphone bouge dans une direction, la tige mobile se déplace d’un côté ou de l’autre. En mesurant la variation de capacité électrique entre les tiges, on déduit le sens et l’ampleur du mouvement. Cette mesure ne s’effectuant que dans un seul plan, il faut trois accéléromètres pour mesurer les déplacements dans les différentes directions. Les données sont ensuite transmises à un microprocesseur qui va reconstituer le mouvement.

Plus précisément, les paires de tiges en regard définissent deux condensateurs de capacités C_1 et C_2 qui dépendent naturellement du déplacement subi. Sur le modèle du condensateur plan de surface S et contenant un milieu de

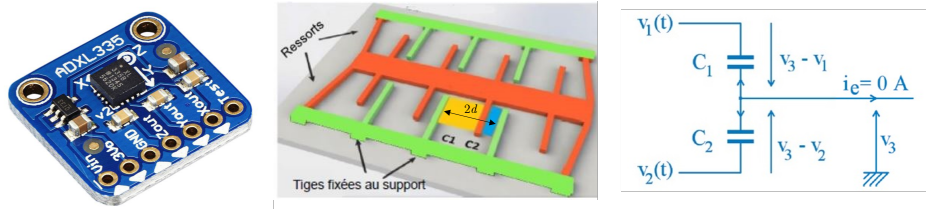


FIGURE 8 – Gauche : accéléromètre Mems ADXL335. Milieu : schéma de la microstructure en silicium d’une puce Mems. La partie fixe (vert) est solidaire du smartphone tandis que la partie mobile (orange) oscille sous l’effet du déplacement, retenue par des microbarres de flexion faisant ressorts. La distance typique entre deux microtiges fixes vaut $1,3\ \mu\text{m}$. Droite : modélisation électrique du pont de capacités formé par les tiges en regard.

permittivité ε , on peut écrire que

$$C_1 = \frac{\varepsilon S}{d + \Delta d} \quad (6)$$

et $C_2 = \frac{\varepsilon S}{d - \Delta d}$

avec d la distance à l’équilibre entre une tige fixe et une tige mobile adjacente, et Δd le déplacement hors équilibre d’une tige mobile. Ce système est assimilable au pont de capacités schématisé ci-contre. Ce pont est alimenté par deux signaux en opposition de phase : $v_1(t) = -v_2(t) = V_0 \sin \omega t$. Le théorème de Millman donne aisément la tension de sortie du pont :

$$v_3(t) = \frac{C_1 - C_2}{C_1 + C_2} v_1(t) = -\frac{\Delta d}{d} V_0 \sin \omega t \quad (7)$$

Enfin, le signal est démodulé par $v_1(t)$ puis filtré passe-bas pour obtenir une tension continue. Remarquons que ce conditionnement permet de préserver l’information de signe, contrairement à un simple redressement du signal.

Biblio : BUP janvier 2010, vol. 104, Modélisation d’un accéléromètre MEMS (Applications : déclenchement d’un airbag et autres), Bruno Velay.

4.3 Expérience

On dispose d’un accéléromètre MEMS, modèle ADXL335 de chez Analog Devices, capable de mesurer sur trois axes des accélérations comprises entre $3g$ et $-3g$. Il permet tout aussi bien de mesurer l’accélération statique de la gravité que de mesurer l’accélération dynamique résultant de mouvements, chocs ou vibrations. Il est monté sur un plateau tournant, avec un de ses axes selon la direction radiale de façon à pouvoir quantifier la force centrifuge liée à la rotation du plateau.

Consignes de sécurité :

le dispositif expérimental consiste en un plateau tournant, qui peut s’avérer dangereux. Avant de commencer l’expérience, il est impératif :

1. de vérifier qu’il n’y a aucun objet mobile sur le plateau tournant.
2. de vérifier qu’aucun fil ne gêne le mouvement du plateau, de la courroie ou du moteur.
3. de vérifier que le chariot (situé sur le rail) est bien vissé, c’est-à-dire que la vis (Thorlabs) est vissée.
4. de vérifier que le potentiomètre d’alimentation du moteur est au minimum.
5. de vérifier que l’expérience est dans la boîte, et que celle-ci est bien fermée.

Le dispositif expérimental permet de comparer sans paramètre ajustable la force centrifuge à sa valeur théorique (à connaître). Cette expérience donne un accord quantitatif, si ce n’est pas le cas c’est qu’il y a un problème. Elle consiste en un plateau tournant, entraîné par un moteur à courant continu. La vitesse de rotation est mesurée grâce à une fourche optique. La force centrifuge est mesurée par l’accéléromètre étudié.

Moteur. Pour faire tourner le moteur, il est nécessaire d’utiliser une alimentation continue externe, non incluse dans le dispositif. Cette alimentation doit délivrer une tension de $12V$, et doit pouvoir fournir une intensité de $5A$.

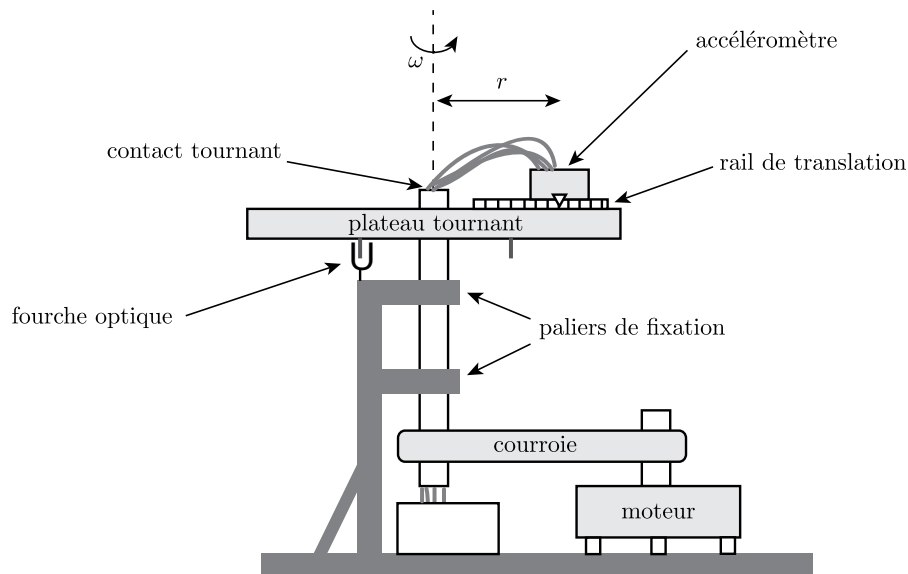


FIGURE 9 –

Le moteur est susceptible de ne pas fonctionner correctement si une alimentation moins puissante est utilisée. Par exemple, une alimentation ISO-TECH ENSP 4286 convient. Éteindre l'alimentation externe avant d'effectuer les branchements. Il faut ensuite brancher les sorties de l'alimentation externe sur les bornes rouge (positif) et noire (masse) du boîtier où se trouve le potentiomètre.

D'après les conseils de sécurité, le potentiomètre est initialement réglé au minimum. Il faut ensuite tourner progressivement le potentiomètre, pour augmenter la vitesse de rotation du plateau. Il est normal que la vitesse du plateau soit presque nulle sur une plage de valeurs du potentiomètre, puis qu'elle augmente rapidement.

On évitera de faire tourner le plateau à la plus grande vitesse angulaire possible, ce qui a tendance à faire vibrer le plateau, et donc à contribuer à une accélération verticale. Cela abîme également le dispositif. On restera donc dans la gamme de fonctionnement de l'accéléromètre, de $3g$ à $-3g$, pour laquelle la rotation du plateau est relativement stabilisée.

Alimentation de la fourche optique et de l'accéléromètre La fourche optique et l'accéléromètre sont alimentés grâce à la prise à relier au secteur. Il faut ensuite que l'interrupteur situé sur la boîte près de l'axe de rotation soit sur la position 1.

Fourche optique La vitesse de rotation est obtenue à partir du signal de sortie de la fourche optique. Ce signal est obtenu à partir des sorties rouge et noire du boîtier noir situé près de l'axe de rotation. Il y a 2 vis sur le plateau tournant dont le passage à travers la fourche optique donne une impulsion de sortie. Pour mesurer la vitesse de rotation, il est conseillé d'utiliser un oscilloscope numérique et de mesurer soit avec des curseurs soit automatiquement le temps entre plusieurs impulsions. Il est conseillé de mesurer le temps qui correspond à un nombre entier de périodes de rotations, car les temps entre deux impulsions successives (correspondant à des demi-rotations) ne sont pas tout à fait identiques à cause des imperfections du dispositif.

Rail La position de l'accéléromètre sur le plateau tournant peut être réglée à l'aide d'un rail de translation. La distance r entre le centre de l'accéléromètre et l'axe de rotation du plateau tournant est donnée par : $r = l_0 - l$ où $l_0 = 85 \pm 1 \text{ mm}$ et où l est la position de la partie externe du chariot sur le rail. La valeur de l est la valeur en mm inscrite sur le rail de translation, en considérant la position de la face du chariot la plus éloignée de l'axe de rotation.

Il faut toujours visser correctement la vis Thorlabs du chariot avant de mettre en marche le moteur.

Accéléromètre L'accéléromètre se trouve dans la boîte grise. Un de ses axes est dirigé dans la direction radiale notée y , un autre dans la direction verticale notée z . Le troisième axe n'est pas utilisé.

Les sorties des signaux de l'accéléromètre sont situées sur la boîte noire située près de l'axe de rotation, sur la face

opposée à celle où se trouve la sortie de la fourche optique. La tension V_y , liée à l'accélération dans la direction radiale, est la tension entre l'embout bleu et la masse (embout noir). La tension V_z , liée à l'accélération dans la direction verticale, est la tension entre l'embout jaune et la masse. Ces tensions sont typiquement de l'ordre de 2V.

Le protocole expérimental consiste à mesurer les tensions $V_y(0\text{Hz})$ et $V_z(0\text{Hz})$ en l'absence de rotation (0 Hz). Ces mesures peuvent se faire à l'aide d'un voltmètre. Ensuite, il faut fixer une vitesse de rotation, et mesurer la tension V_y en régime permanent.

La tension mesurée par les capteurs varie proportionnellement à l'accélération (tant que la tension à leur bornes est inférieure à la tension d'alimentation de l'accéléromètre). Le coefficient de proportionnalité dépend de la tension d'alimentation de l'accéléromètre. En l'absence de rotation, la différence entre les tensions $V_y(0\text{Hz})$ et $V_z(0\text{Hz})$ correspond à l'accélération g . L'accélération selon y a_y vaut donc :

$$a_y = \frac{V_y - V_y(0\text{Hz})}{V_z(0\text{Hz}) - V_y(0\text{Hz})} g. \quad (8)$$

Les variations de V_z avec la rotation sont dues aux imperfections du plateau tournant. Vérifier que vous retrouvez bien la loi attendue pour l'accélération centrifuge.

5 Jauge de contrainte

Une jauge de contrainte est constituée d'un fil métallique ou semiconducteur très fin dont **la résistance varie avec l'élongation**. Collée directement sur une structure, elle en subit les déformations ; en ce sens, il s'agit plutôt d'une jauge de déformation.

La variation relative de sa résistance est donnée par :

$$\frac{\Delta R}{R_0} = K \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (9)$$

où K est le facteur de jauge et $\Delta l/l_0$ est l'allongement relatif de la jauge.

La connaissance des propriétés élastiques de la structure permet de remonter aux contraintes appliquées. Une telle jauge est collée sur une poutre métallique encastrée à une extrémité.

Les lois de la résistance des matériaux montrent que l'allongement relatif de la jauge est relié au déplacement Δz de l'extrémité libre de la poutre par la relation (donnée dans la notice) :

$$\frac{\Delta l}{l_0} = \frac{3e}{2L^2} \Delta z, \quad (10)$$

où L et e sont respectivement la longueur et l'épaisseur de la poutre ($e = 0,6 \text{ mm}$).

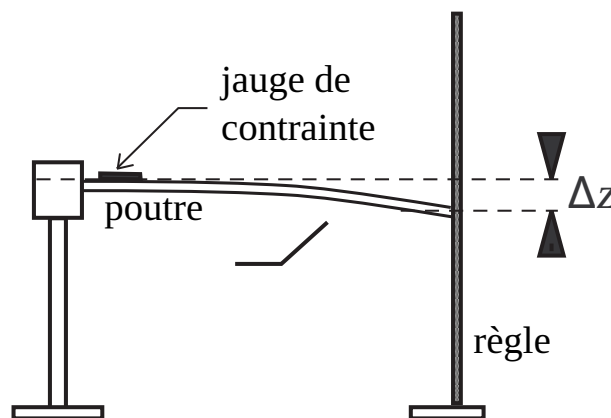


FIGURE 10 –

5.1 [1P] Expérience

Références

- Duffait, p. 103
- Ichinose et Kobayashi, pp. 59-60
- Notices 13 et 542

Mesures

- Mesurer la résistance à vide R_0 de la jauge à l'aide d'un ohmmètre numérique affichant au moins 4 digits.
- Fléchir la poutre ; noter l'ordre de grandeur et le signe des variations ΔR .

Montage en 1/4 de pont Afin de ne mesurer que les variations significatives de R , la jauge sera incluse dans un pont de résistances (cf. figure ci-dessous).

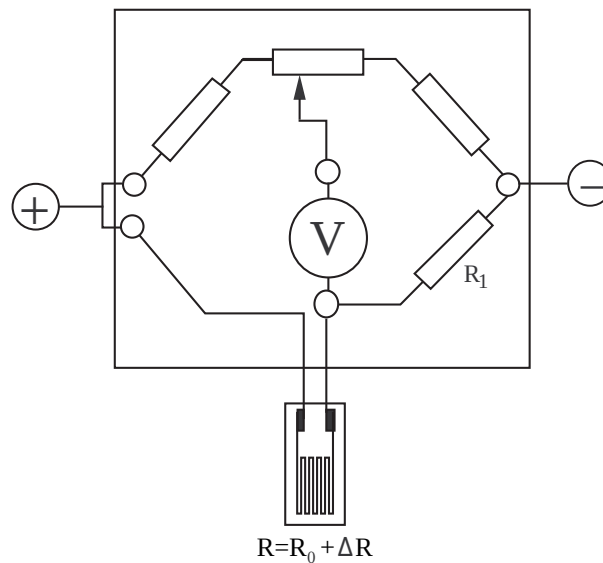


FIGURE 11 –

- Mesurer la résistance R_1 (veiller bien à ne mesurer que R_1).
- Alimenter le pont sous une tension continue $E_0 \approx 20$ V.
- Équilibrer le pont à vide à l'aide du potentiomètre.
- Charger la poutre avec une masse (déviation maximale $\Delta z \approx 3$ cm) et observer le signal ΔE sur un voltmètre numérique.

Ce signal ΔE est relié au déséquilibre du pont par la relation facile à retrouver :

$$\frac{\Delta E}{E_0} = \frac{R_1 \Delta R}{(R_0 + R_1)^2} \quad (11)$$

Étudier les variations de ΔE en fonction de Δz . En déduire le facteur de jauge K . A cause de déformations irréversibles, sa valeur peut varier notablement par rapport à celle fournie par le constructeur : $K = 2,070 \pm 0,5\%$ à $T=24^\circ\text{C}$.

5.2 [2P] Application à une balance électronique

Il s'agit d'illustrer une application des jauges de contrainte au moyen de la partie mécanique d'une balance électronique (Notice n°13).

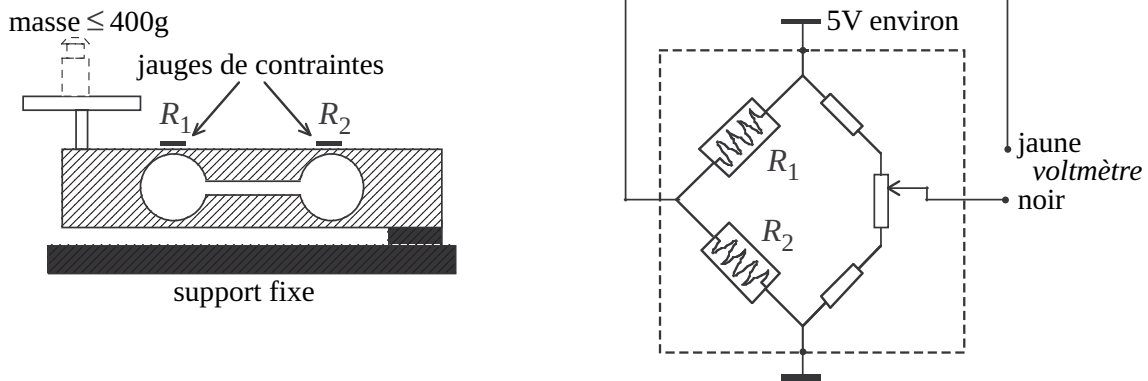


FIGURE 12 –

Les deux jauges de contrainte sont collées sur le bâti et mesurent ses déformations : si l'une des jauges s'allonge, sa résistance augmente (attention : dans la formule $R = \rho L/s$ les trois paramètres ρ , L et s varient, tous agissant dans le même sens sur la résistance).

Les variations de R_1 et R_2 sont mesurées au moyen d'un pont de Wheatstone, qui inclut deux autres résistances placées à l'intérieur du boîtier.

- Régler le zéro du pont lorsqu'aucune masse n'est posée sur la balance.
- Placer des masses, sans dépasser la valeur limite de 400 g, et vérifier la linéarité du signal électrique correspondant. Remarquer la faiblesse du signal (quelques mV), ce qui donne une idée de la performance de l'électronique incluse à l'origine dans cette balance, permettant de mesurer 400 g à 0.1 g près.

En interprétant le signe de la tension mesurée, identifier la jauge qui s'allonge : R_1 ou R_2 ? Vérifier que le schéma ci-dessous traduit bien la réalité.

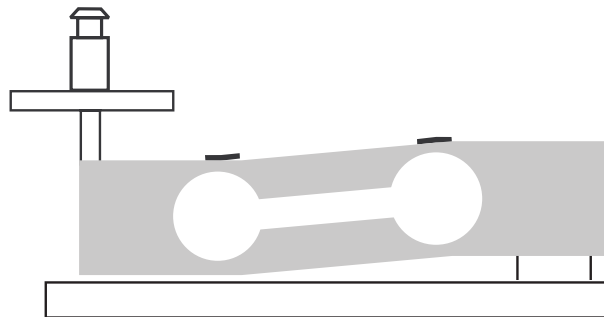


FIGURE 13 –

On peut comprendre ce schéma de la façon suivante : dans une pièce mécanique soumise à une contrainte, c'est la partie la moins rigide qui se déforme le plus (ainsi, lorsqu'on tire deux ressorts en série, le plus souple s'allonge davantage). Ici, les 4 points faibles se comportent comme des articulations, avec rappel élastique, n'autorisant que le déplacement représenté sur la figure.

6 Mesure du module d'Young par fléchissement

6.1 Méthode statique [1P]

Lorsqu'une poutre fixée à une extrémité subit une contrainte sur son autre extrémité, elle fléchit. Ce fléchissement étant directement lié au modèle d'Young de la poutre, il est possible d'en déduire une mesure de ce paramètre.

On peut montrer que lorsqu'une force verticale F est appliquée sur l'extrémité libre d'une poutre horizontale, son

extrémité se déplace d'une hauteur

$$\Delta z = \frac{L^3}{3EI} F, \quad (12)$$

où E est le module d'Young de la poutre, L sa longueur libre (c'est-à-dire entre l'extrémité libre et l'endroit où il est maintenu par le serre-joint), et I est une constante mécanique appelée moment quadratique, qui vaut ici $I = \frac{be^3}{12}$ avec b la largeur du réglet et e son épaisseur.

Protocole

Fixer solidement une extrémité du réglet à l'aide d'un serre-joint et d'un morceau de bois placé sur un bord de table. Peser un aimant, le coller à l'autre extrémité du réglet, et mesurer son fléchissement. Recommencer pour un nombre raisonnable d'aimants, et vérifier la loi donnée ci-dessus. Comparer la valeur du module d'Young trouvée à celle tabulée de l'acier $E \approx 200$ GPa.

6.2 Méthode dynamique [2P]

On peut également effectuer la mesure de module d'Young par une méthode dynamique, en étudiant les oscillations de la poutre (source : European Journal of Physics 37 (2016) 015001).

Placer un unique aimant à l'extrémité du réglet, ce dernier étant toujours fixé à la table, en laissant de l'ordre de 30cm de longueur libre. Placer une bobine en dessous, qu'on va utiliser pour exciter mécaniquement le réglet par l'intermédiaire de l'aimant. Alimenter ensuite à l'aide d'un GBF cette bobine avec une tension sinusoïdale et chercher une résonance des oscillations verticales du réglet. En pratique, comme les oscillations du réglet ont un très grand facteur de qualité, la fréquence de résonance est très proche de sa fréquence propre. On fera donc l'hypothèse que ces deux fréquences sont les mêmes. Mettre en évidence plusieurs fréquences de résonance et les mesurer (en relevant les fréquences avec l'amplitude d'oscillation maximale).

Les fréquences propres dépendent du module d'Young, mais sans avoir une expression explicite. Elles sont déterminées par l'équation implicite

$$\cos(\alpha) + \frac{1}{\cosh \alpha} = 0 \quad (13)$$

où $\alpha = \left(48\pi^2 \frac{\rho L f^2}{E e^2}\right)^{1/4}$. Les premières solutions α de cette équation sont données dans le tableau ci-dessous avec 3 décimales. De façon facultative, un programme Python permettant de résoudre cette équation implicite est disponible sur le github de l'agrégation.

Premières solutions	1,875	4,694	7,855	10,995
---------------------	-------	-------	-------	--------

FIGURE 14 – Premières solutions de l'équation implicite

Chaque fréquence de résonance mesurée permet d'avoir une valeur pour le module d'Young. Faire plusieurs mesures (2 ou 3) permet de diminuer les incertitudes en prenant la moyenne des résultats.

Remarque [AP] : En pratique, la présence de l'aimant perturbe la mesure du module d'Young, puisqu'on n'étudie plus les vibrations du réglet "seul". Il faut au minimum en avoir conscience. Une méthode pour s'affranchir de ce problème serait de mesurer la première fréquence de résonance pour différents nombres d'aimants identiques (par exemple entre 1 et 4), vérifier qu'il y a un lien linéaire (au premier ordre) entre la fréquence et le nombre d'aimants, et extrapoler le résultat pour 0 aimants.